INFORMATION TO USERS

This manuscript has been reproduced from the microfilm master. UMI films the text directly from the original or copy submitted. Thus, some thesis and dissertation copies are in typewriter face, while others may be from any type of computer printer.

The quality of this reproduction is dependent upon the quality of the copy submitted. Broken or indistinct print, colored or poor quality illustrations and photographs, print bleedthrough, substandard margins, and improper alignment can adversely affect reproduction.

In the unlikely event that the author did not send UMI a complete manuscript and there are missing pages, these will be noted. Also, if unauthorized copyright material had to be removed, a note will indicate the deletion.

Oversize materials (e.g., maps, drawings, charts) are reproduced by sectioning the original, beginning at the upper left-hand corner and continuing from left to right in equal sections with small overlaps.

Photographs included in the original manuscript have been reproduced xerographically in this copy. Higher quality 6" x 9" black and white photographic prints are available for any photographs or illustrations appearing in this copy for an additional charge. Contact UMI directly to order.

ProQuest Information and Lea ing
300 North Zeeb Road, Ann Arbor, MI 48106-1346 USA
800-521-0600

UMI®

LES TRACES DE LA PSYCHOLOGIE DE L'APPRENTISSAGE DANS L'ÉVOLUTION DES CURRICULUMS ET DES MANUELS SCOLAIRES, AU QUÉBEC, DE 1982 À 1997.
RECHERCHE HISTORIQUE

STEVE MAZEROLLE

THÈSE

PRÉSENTÉE

AU

DÉPARTEMENT DE LA MATHÉMATIQUE ET DE LA STATISTIQUE

EN TANT QUE PRÉREQUIS PARTIEL
AU GRADE DE LA
MAÎTRISE EN ENSEIGNEMENT DE LA MATHÉMATIQUE (M.T.M.)
UNIVERSITÉ CONCORDIA
MONTRÉAL, QUÉBEC, CANADA

AOÛT, 2000

©Steve Mazerolle, 2000

National Library of Canada

Bibliothèque nationale du Canada

Acquisitions and Bibliographic Services

Acquisitions et services bibliographiques

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-59354-1

Canada

RÉSUMÉ

Les traces de la psychologie de l'apprentissage dans l'évolution des curriculums et des manuels scolaires, au Québec de 1982 à 1997. Recherche historique.

Steve Mazerolle

Cette étude est une rétrospective des programmes pour l'enseignement de la mathématique au secondaire ainsi que des manuels scolaires qui les accompagnaient. Les commentaires sont les résultats d'une recension des documents de chaque époque. L'emphase est mise sur les traces laissées par les courants psychologiques et didactiques qui ont influencées les manuels scolaires et les curriculums. Parmi les influences dominantes qui ressortirent des documents concernés, on y retrouve un contraste entre un enseignement centré sur l'élève et un enseignement centré sur le contenu mathématique. À la lecture des documents ministériels, les curriculums semblent avoir évolués également dans le sens des développements des psychologies de l'apprentissage.

REMERCIEMENTS

Merci à la Professeure Anna Sierpinska dont les judicieux commentaires m'ont grandement inspiré.

Merci à Nancy Gravenor qui, par son professionnalisme, m'a évité d'innombrables déplacements.

Merci à mes nombreux élèves qui me permettent d'expérimenter mes apprentissages.

Un merci plus particulier à ma conjointe, Kelly Mazerolle, et mon fils, Mackinlay, pour m'avoir encouragé tout au long de ce cheminement.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION

Dans le domaine de l'enseignement au Québec, l'ensemble des matières enseignées est régi par le Ministère de l'Éducation du Québec (MÉQ). La structure, maintenant en place, présente à chaque discipline, un curriculum qui est aussi appelé un programme. Par la suite, le même ministère recommande par le biais d'un comité d'évaluation des manuels dits conformes au curriculum. Les manuels, reconnus par le MÉQ, sont d'ailleurs les seuls qui permettent aux enseignants de couvrir l'ensemble des exigences nécessaires à la diplômation de leurs élèves, car ils sont supposés couvrir tous les objectifs du curriculum respectif et devraient suivre l'orientation psychopédagogique et didactique que suggèrent ce même curriculum.

La mathématique n'est pas une nouvelle discipline enseignée. Cependant, la mathématique a, au cours du vingtième siècle, beaucoup évolué, et l'enseignement a également fait de même. Malheureusement, j'ai constaté lors de cette recherche que l'évolution de la mathématique et de l'enseignement de celle-ci n'a pas nécessairement été suivi par les plus grands concernés, c'est-à-dire, les enseignants eux-mêmes.

L'objectif de cette recherche, de type historique, est de démontrer que le discours entretenu dans la documentation écrite offerte aux enseignants de la mathématique au Québec, par le MÉQ ou par les éditeurs accrédités, ne tient absolument pas compte des développements importants qui eurent lieu dans le domaine de la psychologie de l'apprentissage. Tout d'abord, un bref rappel historique du développement des programmes d'enseignement de la mathématique au Québec, au cours des quinze dernières années, sera mon exemple de ce qui s'est passé. Par la suite, une recension dans le domaine de la recherche sur les développements de l'apprentissage nous permettra de clarifier ce qui aurait pu influencer les écrits du MÉQ et des auteurs de manuels scolaires quant à la conception et la présentation du contenu mathématique que les jeunes québécois doivent apprendre. Cette recherche historique veut mettre en évidence l'apport que les développements dans la psychologie de l'apprentissage ont apporté à la pédagogie utilisée quant à l'enseignement de la mathématique pour ceux qui s'en sont influencés.

L'intérêt de cette recherche est de faire ressortir que le curriculum, proposé par le MÉQ aux enseignants de la mathématique est très directif quant à la didactique, et malheureusement trop peu informatif sur les pédagogies existantes. Concernant l'application des programmes, le MÉQ nous donne à travers le curriculum les notions, les concepts et les principes mathématiques qui devraient être couverts au cours d'une même année scolaire par le biais d'objectifs précis. Cependant, les informations concernant les recommandations d'ordre pédagogiques sont peu nombreuses. Le MÉQ pourrait facilement préciser son curriculum en informant le lecteur qu'il existe plusieurs types de pédagogies et pourrait, sans entrer dans les détails, donner une brève définition de chacune. Il est important de réfléchir sur les pédagogies que l'on retrouve dans les curriculums et les manuels scolaires car se sont ces pédagogies qui orientent les activités pédagogiques contenues dans les textes officiels du ministère et les manuels utilisés en classe. De plus, plusieurs nouveaux enseignants qui, malgré leur formation universitaire, présentent des lacunes quant à un choix critique des outils de références utiles à leur enseignement. À cela nous pouvons ajouter le développement rapide et grandissant des technologies informatiques qui exigent une mise à jour des approches utilisées. Par conséquent, l'accès et la compréhension de la mathématique sont réservés à une minorité de la population estudiantine qui s'adapte habituellement bien à tous les styles de pédagogie auxquels ils sont exposés. Selon Richard Pallascio et al. "[v]ouloir faire passer tous les élèves par la même approche aura deux conséquences possibles: ou un nivellement par le bas, ou la réussite d'une plus ou moins faible proportion d'élèves, ceux qui correspondent à l'approche privilégiée" (1990, p.157). Dépendant de la pédagogie utilisée en classe, l'accès à la connaissance déclarative (savoir) et à la connaissance procédurale (savoir-faire) semble plus ou moins limité. Pour démontrer cette limitation, j'analyserai des manuels scolaires utilisés au Québec et accrédités par le MÉQ lors des quinze dernières années, ainsi que les programmes qui les supportaient, car je crois qu'il y a un manque d'information précise quant à la pédagogie nécessaire pour une bonne utilisation des documents mentionnés précédemment. Et sans blâmer l'échec scolaire des élèves sur le choix des manuels qui sont peu explicites sur la pédagogie, il faut malgré tout réaliser que "[t]he methods and materials used by teachers of mathematics are important determinants of the mathematics curriculum as it is attained by students" (Robitaille & Dirks, 1982, p.10). De plus, ma recherche est d'autant plus importante que "[r]ares sont les chercheurs qui procèdent à des analyses documentées de pratiques et de manuels" (Lemoyne, 1996, p.34). Par conséquent, cette analyse visera à trouver des éléments reflétant le développement des connaissances de la psychologie de l'apprentissage qui supporte une ou quelques pédagogies spécifiques.

CHAPITRE I

CADRE HISTORIQUE, CADRE CONCEPTUEL ET PROBLÉMATIQUE

1.1 Historique du développement des curriculums de l'enseignement de la mathématique au Québec depuis 1963

Au Québec, le début du système éducatif que nous utilisons maintenant, est associé à Mgr Parent qui présenta en 1963 le rapport des travaux de la Commission Royale d'Enquête sur l'Enseignement. À ce moment, le rapport Parent faisait état d'une crise dans le domaine de l'éducation qui était universelle (Parent, 1964, p.3). Ce à quoi il faisait allusion, est le grand nombre de réformes qui eurent lieu autant au Canada que dans les autres pays occidentaux tels que la Russie, la France, la Suisse, la Grande Bretagne et dans quelques états américains. Notamment, on peut remarquer que de 1959 à 1963, quatre provinces canadiennes présentèrent un rapport visant une réforme de l'éducation dans leur province respective (Katz, 1969, p.108-109) et que la Grande-Bretagne était également dans la vague des réformes avec leur "School Mathematics Project". Cependant, ces réformes ne visaient pas des changements dans les salles de classe, mais voulaient une modification de la structure éducative qui était en place et qui était surtout gérée, au Québec, par les communautés religieuses. Dans le domaine de l'enseignement de la mathématique, ces réformes virent le jour presque en même temps que la vague dite de la mathématique moderne. Le mouvement de la mathématique moderne tel que vu par ceux qui écrivaient les manuels scolaires s'orientait vers la logique, la théorie des nombres, la théorie des ensembles, l'algèbre, les fonctions et la géométrie analytique, alors qu'auparavant, on se limitait à enseigner l'algèbre élémentaire incluant le calcul algébrique, les équations du premier degré, les équations du second degré, les logarithmes, l'intérêt composé et les annuités, et la géométrie de base telle que la géométrie plane, la géométrie dans l'espace et la géométrie appliquée. Par conséquent, l'éducation d'après-guerre visait à former rapidement des travailleurs aptes au travail. eureusement, le développement de l'économie occidentale demandait une main d'œ beaucoup plus connaissante de la mathématique. Ce qui amena l'objectif de ces mes à offrir aux élèves une bonne connaissance mathématique pour qu'ils puissent pa ir au niveau collégial et universitaire (Bélanger et al, 1993, p.34; NCTM, 1975, p.23).

Suite à la réforme Parent, peu d'information encad l'enseignement de la mathématique au Québec. Selon le constat fait par le MÉQ en 7, il a fallut attendre le début des années quatre-vingt pour voir apparaître un ogramme d'enseignement de la mathématique plus précis sur le contenu des savoirs mathématiques que les élèves devraient maîtriser. Entre la réforme Parent et le régime pédagogique implanté en 1981 et sur le point de changer, peu de directives précises sont proposées aux enseignants. Selon le MÉQ, le programme-cadre pour la mathématique, utilisé entre 1968 et 1971, n'informe pas l'enseignant des contenus que l'élève devrait savoir ni les pédagogies qui pourraient être utiles à son acquisition (MÉQ, 1997, p.77). Cependant un document non officiel distribué aux enseignants en avril 1968 et émis par le MÉQ suggère des objectifs spécifiques et des contenus mathématiques à apprendre (Annexe). Ce document est appelé "Mathématique -- Programme Moderne pour les classes de secondaire 1 et de secondaire 2". Ce programme-cadre en mathématique reconnaît que l'apprentissage de la mathématique fait partie d'un processus d'apprentissage qui peut s'étaler sur quatre phases qui sont l'exploration à l'aide de situations concrètes, l'abstraction, la communication et l'application des concepts acquis (MÉQ, 1974, p. 20). Ce programme regroupe également les deux niveaux qui sont associés au premier cycle du secondaire. Divisé en deux sections, on y retrouve dans chacune d'elles les objectifs spécifiques, les contenus que représentent chacun des objectifs ainsi que des notes didactiques associées à chaque objectif. Par exemple, le Programme Moderne propose trois objectifs spécifiques pour le deuxième secondaire et qui vise:

> "a) à présenter à l'élève une première approche axiomatique du plan affin[e],
> b) à étudier les invariants sous certaines transformations affines du plan,
> c) à construire, au sein de la géométrie affine, les nombres réels."
>
> (Annexe)

Quant au contenu associé à ces objectifs, il est distribué sur deux semestres. Un premier semestre regrouperait la numération binaire, l'anneau des entiers relatifs, les premiers éléments de géométrie, les ordres linéaires, les transformations du plan, les projections parallèles, les translations et les vecteurs, les symétries centrale et axiale, la notion générale de groupe et l'équipollence. Le contenu du second semestre devrait être composé de groupes; d'un groupe ordonné; de la graduation de la droite et de l'axiome d'Archimède; de la sous-graduation de la droite et de l'axiome de continuité; et de nombres réels. Ce qui est intéressant pour le programme moderne c'est qu'on y retrouve des notes didactiques. Ainsi, on rappelle au lecteur que l'apprentissage de la géométrie affine n'est absolument pas définitif au premier cycle du secondaire. De sorte que l'enseignant "visera surtout à faire comprendre les étapes de la construction des diverses structures à établir, mais non à les faire retenir toutes" (Annexe). Bien que les notes didactiques soient courtes, elles démontrent malgré tout une certaine pédagogie à utiliser. Par des extraits tels que "guidées par le maître", "faire percevoir certaines propriétés" ou "on fera faire souvent des exercices", les notes didactiques s'inspirent d'une pédagogie basée sur un enseignement dirigé. Cependant, on peut percevoir une importance de la rigueur et de l'apprentissage par l'élève à travers des commentaires tels que "utilisation exacte des axiomes" et "ces démonstrations ... doivent la plupart du temps être construites par les élèves". Ces notes didactiques et ces objectifs visent surtout l'atteinte par les élèves des buts généraux qui sont de comprendre et utiliser "certains concepts propres à cette discipline telle qu'elle apparaît dans le paysage scientifique contemporain"; de l'initier "aux modes de pensée mathématique"; et de l'initier "au maniement des outils puissants développés jusqu'à ce jour par les mathématiques" (Annexe). Il faudra attendre la fin des années soixante-dix pour voir apparaître des modifications à la structure des programmes d'enseignement de la mathématique. Étant donné l'insatisfaction autant des parents que des enseignants, le MÉQ décide de devenir plus directif en incluant dans ses curriculums des contenus obligatoires et des contenus indicatifs (MÉQ, 1997, p.77), ce qui n'était pas clair et précis dans le programme moderne de 1968.

Bien que les nouveaux programmes de mathématiques furent élaborés en collaboration avec des enseignants, des conseillers pédagogiques et des associations professionnelles, il n'est pas dit que leurs opinions furent respectées, et l'orientation du curriculum est malgré tout demeurée centrée sur l'élaboration de contenu à maîtriser. Depuis la réforme des années soixante-dix et de l'implantation d'un nouveau curriculum de la mathématique débutant en 1982, il y eut une autre réforme qui fut cette fois-ci seulement pour le programme de la mathématique. Cette réforme qui fut le résultat d'une consultation auprès des associations, enseignants et conseillers pédagogiques apporta une fois de plus des modifications au contenu. Son implantation débuta en 1994 et est la source de cette thèse et des problèmes que j'ai rencontrés. Malgré ces réformes, la pédagogie présentée dans les deux derniers curriculums rejoint, en majeure partie, la pédagogie par les objectifs dont "Benjamin Bloom ... a posé le premier les principes" (Ruano-Borbalan, 1996, p.21). La pédagogie par objectifs rend l'acte d'enseignement centré sur le contenu et rend l'évaluation formative ou sommative indispensable à l'atteinte de ses objectifs. Étant donné que l'enseignant vise un apprentissage individuel de ces objectifs, il devra également s'attarder à la remédiation nécessaire à l'acquisition de ceux-ci. Ce qui force l'enseignant à déborder du concept de la pédagogie par objectifs centrée sur les contenus, pour s'intéresser aux processus cognitifs et aux modalités d'intervention didactique dans ces processus. Il s'ensuit que la pédagogie par objectifs suggère un certain détour par la pédagogie de la maîtrise, la pédagogie différenciée ou encore par toutes les pédagogies qui permettent à l'enseignant de tenir compte des rétroactions des élèves tout en respectant le cadre des objectifs.

Au cours des trente dernières années, il y eut plusieurs réformes des contenus de curriculum en mathématique. Cependant, le rapport Cockroft, le "National Council of Teachers of Mathematics" (NCTM) et même le MÉQ suggèrent, depuis quinze ans, non seulement des changements dans les curriculums mais aussi des changements dans les pratiques pédagogiques que l'on rencontre dans les salles de classes (Haimes, 1996, p.582; Bélanger et al, 1993, p.229). Pour que les enseignants modifient leurs approches pédagogiques, ils doivent tout d'abord être connaissants des pédagogies existantes et surtout être en mesure de reconnaître l'approche pédagogique que les manuels scolaires proposent. De plus, cette reconnaissance devrait être appuyée par un curriculum résumant l'importance de chacun des courants pédagogiques relatifs au développement de l'apprentissage chez les élèves. Il apparaît évident qu'un curriculum est un document de référence qui doit donner une information générale. C'est la raison pour laquelle on ne peut pas y trouver une description détaillée de tous les courants pédagogiques.

1.2 Courants pédagogiques

Jusqu'aux années soixante, deux courants pédagogiques dominèrent l'enseignement de la mathématique. Le premier courant priorisait un apprentissage résultant de l'exécution d'un très grand nombre d'exercices, alors que le second visait un apprentissage beaucoup plus pratique et qui se développait à partir de la résolution de problèmes (English & Halford, 1995, p.2-3). Du début des années soixante jusqu'au milieu des années soixante-dix, on accordait plus d'importance aux mathématiques qu'à l'enseignement. La venue de la mathématique nouvelle ou de la mathématique moderne ne laissa que très peu de place à la pédagogie. Ce mouvement mathématique mondial (Clark et al, 1996, p.1209) fut centré sur l'apprentissage de contenus mathématiques algébrique et logique (De Landsheere, 1992, p.251; Filloy & Sutherland, 1996, p.148). Ce mouvement créa également "[u]ne vague de formalisme et d'abstraction ... dont notre enseignement actuel subit encore les séquelles" (Bednarz, 1990, p.56). Il faudra attendre la fin des années soixante-dix pour voir un retour à la résolution de problèmes et à des bases de mathématiques moins abstraites (Clark et al, 1996, p.1210; Filloy & Sutherland, 1996, p.148). Aujourd'hui, nous retrouvons toujours dans les salles de classe des enseignants qui font faire à leurs élèves beaucoup de résolution de problèmes et une quantité incroyable d'exercices comme ce fut ce fut fait au début du vingtième siècle, et les contenus sont surtout orientés vers des notions de mathématique.

C'est en 1972 que le premier groupe de travail sur la psychologie de l'apprentissage de la mathématique vit le jour au Congrès International de l'Enseignement de la Mathématique (Greer, 1989, p.14). Depuis des noms tels que Piaget, Vygotsky, Bruner et Bloom apparurent et un retour des noms tels que Bandura, Thorndike et Skinner furent confirmés dans leur influence sur la psychologie de l'apprentissage. Comme le mentionne Bauersfeld, nous vivons présentement dans une période très intéressante et enrichissante en ce qui concerne le développement des théories cognitives (1995, p.140). Ces développements sont d'autant plus très importants considérant que la psychologie de l'apprentissage devient de plus en plus "participante à l'étude de l'ensemble des phénomènes didactiques" (Brun, 1994, p.67) et que "nous assistons depuis quelques années à une entrée importante de certains concepts des sciences cognitives en didactique des mathématiques" (Lemoyne, 1996, p.37). Malgré ces recherches sur la psychologie de l'apprentissage, leurs influences sur les théories pédagogiques se firent remarquer, mais ce fut tout autrement pour l'enseignement, pour lequel l'influence est difficilement perceptible.

Avant d'aborder ce qui s'est fait en psychologie de l'apprentissage, il est important de connaître les différentes définitions de l'apprentissage de la mathématique. Les conceptions de l'apprentissage de la mathématique peuvent être divisées en deux catégories: la première implique la participation de l'élève dans son apprentissage, et l'autre le rend plutôt passif dans son apprentissage car elle est davantage orientée soit sur l'objet d'enseignement ou soit sur l'enseignant

Un exemple de l'élève victime de son apprentissage est l'expérience que Thorndike effectua avec un chat dans une cage et qui devait tirer une ficelle parmi d'autres pour ainsi ouvrir une porte lui donnant accès à de la nourriture. Lors de cette expérience, Thorndike en vint à la conclusion que la solution à un problème est le résultat d'un apprentissage graduel de la réponse correcte (Dubé, 1986, p.75). Suite à de telles expériences, la pédagogie s'orienta vers un enseignement centré sur la pratique de problèmes amenant l'apprenant à trouver la solution ou la façon de solutionner les problèmes. Plus précisément, cette théorie béhavioriste développée par Thorndike s'était "inspirée du conditionnement pavlovien" et "décrit le processus d'apprentissage comme la connexion ou l'association entre un stimulus et une réponse" (De Landsheere, 1992, p.45). Encore aujourd'hui, les apprentissages sont en grande partie guidés par les résultats qu'obtiennent les élèves et se réalisent par une réponse à un stimuli. À cette façon de penser, il peut y découler une approche pédagogique orientée vers l'objet d'apprentissage. Étant donné que l'important est de développer des liens conceptuels entre l'exposition à des notions mathématiques et les problèmes à résoudre, l'approche pédagogique associée à cette façon d'enseigner pourrait être du type traditionnel.

Par la suite, Skinner remarqua que la façon d'améliorer l'apprentissage se retrouvait non pas chez l'élève mais dans la façon de fractionner le contenu à apprendre (Dubé, 1986, p.135). De plus, Skinner invite l'enseignant à s'intéresser aux renforcements qui favorisent l'apprentissage, car "[c]e sont les effets que nos actes entraînent sur notre milieu qui vont à leur tour consolider ou modifier ces actes. La théorie de Skinner est une théorie interactionniste qui emprunte à la biologie l'analogie des mécanismes de variation/sélection pour rendre compte de la diversification et de la complexité des conduites" (DeLandsheere, 1992, p.45). La pédagogie la plus souvent associée à cette façon de penser est l'enseignement programmé qui peut être perçu comme une "technique pédagogique qui permet à un individu d'apprendre seul, à son rythme et sans grosses difficultés, un contenu déterminé" (Raynal & Rieunier, 1997, p.126-127). Contrairement à cette vision béhavioriste évaluant les comportements d'une façon compartimentée, une théorie, partant d'un tout pour ensuite aller vers la subdivision du contenu à apprendre, vit le jour: la théorie du "Gestalt" (Dubé, 1986, p.154; Winzer & Grigg, 1992, p.363). Cette subdivision du contenu se retrouve également au sein de la taxonomie. Plus précisément, "on appellera taxonomie une classification hiérarchique opérée selon un ou plusieurs principes explicites, en particulier celui de la complexité croissante" (De Landsheere, 1992, p.104) et celle la plus utilisée au Québec qu'est la taxonomie de Benjamin Bloom. Concernant l'enseignement, la taxonomie de Bloom est à l'origine de la pédagogie de la maîtrise qui inspira largement les enseignants québécois par sa structure facilitante de l'acte d'enseigner. Ces théories telles la théorie du "Gestalt" ou le béhaviorisme ne priorisent pas l'élève dans le processus de d'apprentissage.

D'autre part, certains chercheurs se sont penchés sur l'importance que pouvait avoir l'individu sur son propre cheminement d'apprentissage. Suite à des expériences où les élèves répétaient les mêmes schèmes, sans qu'ils soient nécessairement actifs mentalement, Bandura remarquait l'importance des structures cognitives qui permettaient aux élèves d'apprendre, tout en observant et imitant (Winzer & Grigg, 1992, p.225). Il faut remarquer que les innombrables observations que Jean Piaget a faites sur le développement biologique de l'individu font ressortir l'importance de la cognition chez l'apprentissage des êtres humains. Cette importance se retrouve surtout dans le fait que la:

> "[c]ognitive science has led to a greatly expanded knowledge of intelligence, both natural and artificial, and the field is progressing very rapidly. Its importance to mathematics education is that it provides the most detailed insights that are currently available into the way concepts are represented, and into the process that are used in learning and reasoning."
>
> (English & Halford, 1995, p.13-14)

Plus précisément dans cette voie cognitive, le développement et surtout la réorganisation et la reconstruction des apprentissages ne sont pas toujours linéaires (Piaget & Garcia, 1989, p.109). La notion de déséquilibre cognitif (Bélanger et al, 1993, p.237) ou le démembrement de la structure cognitive (Lamm, 1976, p.63) est l'élément essentiel du constructivisme qui prend sa source dans les travaux de Piaget. La définition du constructivisme qui sera utilisée dans cette thèse est empruntée à Legendre et suggère que le constructivisme est une "[p]osition épistémologique qui conçoit la science comme une activité de construction de modèles rendant compte de phénomènes (observables ou non) et mettant l'accent sur le rôle de la raison, des théories et des langages formels dans ce processus" (1993, p.255). Plus récemment des théories de l'apprentissage d'origine neurobiologique ont fait leur apparition, telles la théorie de l'information et la théorie du feed-back. Ces nouvelles théories démontrent l'importance des sens et du fonctionnement cérébral à l'apprentissage de la mathématique. Le dilemme quant à ces théories de l'apprentissage impliquant l'apprenant se situe au niveau de la priorité entre l'action qui prend place dans son milieu social et culturel, et son développement cognitif s'il a atteint le stade approprié. Par exemple, Filloy et Sutherland affirment que c'est la considération de l'apprenant, dans l'acte d'enseigner, qui implique l'importance du développement cognitif (1996, p.143). Polyá disait auparavant que l'apprentissage débute par des actions et des perceptions et que s'en suivent des mots et des concepts (1977, p.331). Cependant, l'interprétation des ouvrages de Piaget et le développement du constructivisme peut laisser croire autrement. Certains auteurs vont jusqu'à dire que "l'apprentissage se situe sur le plan du développement" (Dubé, 1986, p.225). Où débute l'apprentissage de la mathématique, dans le développement biologique cognitif ou dans l'action et la perception de l'apprenant dans son environnement? Il est certain que l'apprentissage se situe à l'intérieur d'une interaction entre l'action ou la perception d'une activité, et le développement cognitif qui découle de cette action ou perception. Cette interaction est le moment précis, dans l'acquisition de la connaissance déclarative ou procédurale, où l'enseignant peut agir. Il est d'autant plus important que l'enseignant ait, à ce moment-là, l'outil pédagogique le plus adéquat possible.

Parmi les pédagogies découlant des théories cognitives, nous retrouvons la pédagogie différenciée. Issue de la pédagogie de la maîtrise "dont elle utilise toutes les techniques, la pédagogie différenciée cherche à évaluer non seulement les produits de l'apprentissage, mais également les processus d'apprentissage mis en œuvre par les individus" (Raynal & Rieunier, 1997, p.271). Quant aux pédagogies s'intéressant à l'action de l'apprenant, il y a plusieurs pédagogies telles que la pédagogie libertaire qui a "pour objectif de laisser à l'élève toute sa liberté de choix" (Raynal & Rieunier, 1997, p.274) et la pédagogie active de "Bovet, Claparède, Cousinet, Dewey, Ferrière, Freinet, Montessori ... qui, voulant rompre avec l'enseignement traditionnel et la relation de contrainte qui le caractérise, ont basé leur pédagogie sur l'activité propre de l'enfant, sa spécificité fonctionnelle, son intérêt" (p. 265).

1.3 Problématique

Le constat que j'ai pu faire au cours de mes années d'enseignement est le même que celui d'Hammer, c'est-à-dire que les élèves passent la majorité de leur temps en classe à écouter et à lire au lieu de penser, écrire et parler (1977, p.253). Bien que ces gestes d'apprentissage: penser, lire et écrire, peuvent avoir lieu à l'extérieur de la classe, l'important pour l'enseignant est d'utiliser une pédagogie qui lui permettra d'observer ces apprentissages pour ainsi tenir compte des rétroactions qui lui permettront d'aider l'apprenant à dépasser ses difficultés. Par conséquent, il serait difficile d'utiliser des théories de l'apprentissage qui favorisent une action par l'apprenant pour stimuler le développement cognitif si l'enseignant ne peut jamais observer son action pour ainsi y appliquer une certaine remédiation si nécessaire parce que "successful cognitive development depends not only on the stimulation of the environment but also on the quantity and quality of mediation by the older person who helps the child observe, interpret what is seen, and organize new information" (Schwebel, 1986, p.7). Autant le NCTM que le MÉQ ont signifié, au cours des dix dernières années, l'importance de l'implication et de l'action de l'apprenant quant à son apprentissage. Jean Brun précise que "[l]'action est le facteur principal du processus de connaissance" (1994, p.71) et Nathalie

Bélanger et al mentionne que "[l]'apprentissage est lié aux expériences et est facilité par des conditions qui placent l'adolescent actif" (1993, p.238). Peu importe que l'action qui mène à l'apprentissage soit le résultat d'une construction, d'une répétition, d'une imitation ou de la résolution d'un problème, l'important est que l'apprentissage s'enregistre dans la mémoire de l'apprenant pour qu'il puisse s'en servir par la suite. De plus, pour faciliter cet apprentissage par le biais de l'action, il est important que cette action soit significative à l'apprenant et qu'elle permette à celui-ci de faire des liens avec des faits déjà connus (Martineau & Pineau, 1994, p.15). Par conséquent, il est important de s'arrêter à l'information que propose le curriculum et aux manuels scolaires qui les appuient de façon à déterminer s'ils permettent à l'apprenant d'être actif et de faire des liens entre les apprentissages et les situations qui les intéressent. C'est la raison pour laquelle les enseignants "must select materials that are appropriate for the program designed, and must use the proper tools for the activity involved" (Johnson & Rising, 1977, p.272).

Il serait avantageux, au travers le nouveau curriculum et les nouveaux manuels scolaires, d'être informé des nouvelles connaissances théoriques et pratiques concernant l'enseignement de la mathématique. Il est facile de percevoir les changements de contenus, mais il en est autrement pour l'évolution de l'enseignement de la mathématique qui dépasse...

"la modification des contenus, elle vise surtout un changement d'attitude face au savoir mathématique et à l'apprentissage. Ce qu'on enseigne et surtout la façon de l'enseigner doit être davantage ouverte sur l'externe, et s'ajuster aux habiletés des élèves, à leurs stratégies, à leurs représentations, elle doit davantage partir de leurs possibilités".

(Bednarz, 1990, p.68)

Un curriculum plutôt évasif sur le contenu peut favoriser chez les enseignants une certaine liberté leur permettant de rendre leur enseignement plus proche des réalités et des possibilités des élèves, et finalement, centrer l'apprentissage sur l'élève plutôt que sur le contenu. De plus, une recherche sur la planification des leçons tenue en 1985 "suggests that most teachers do not pay nearly attention to instructional objectives when planning instruction" (Winzer & Grigg, 1992, p.498). Donc un curriculum dont les objectifs ne sont pas nécessairement spécifiques ne modifierait en rien l'acte d'enseignement de la majorité des enseignants et leurs donneraient beaucoup plus de latitude quant à la précision du contenu mathématique à enseigner, ce qui pourrait sûrement favoriser un enseignement près des réalités des élèves. Il devient de plus en plus difficile de rejoindre une majorité d'élèves, à l'aide d'un manuel scolaire, lorsqu'on considère la diversité culturelle, les différentes classes sociales, et l'évolution interactive et très rapide des instruments informatiques qui entourent les élèves.

1.4 Le curriculum

L'intérêt à un curriculum peut se subdiviser en trois parties. On peut s'intéresser soit au curriculum tel que prévu, au curriculum tel qu'implanté ou au curriculum en tant que réussi. Au cours de cette recherche, je vais m'intéresser à deux de ces trois dimensions. La première sera le curriculum tel que prévu qui est défini par Robitaille et Dirks comme étant "the curriculum as planned at the national, provincial, or local levels by curriculum committees and consultants, and as codified in curriculum guides" (1982, p.17). Le second aspect du curriculum abordé dans cette recherche sera le curriculum tel qu'implanté qui est définit par "the curriculum as contained in the various texts and materials which are selected and approved for use in the schools and as communicated to students by teachers in their classrooms" (Robitaille & Dirks, ibid). Comme le mentionne Bodin et Capponi, il est essentiel de considérer la dimension du curriculum en tant que guide, et la dimension du curriculum interprété par les enseignants (1996, p.569) et les compagnies d'éditions, si l'on désire en faire une bonne analyse.

L'objectif de cette recherche est de mettre en évidence qu'il y a une relation pertinente entre le curriculum de l'enseignement de la mathématique au Québec et les manuels scolaires qui sont recommandés par le MÉQ, et que cette relation est loin de prendre en considération la psychologie de l'apprentissage qui est de plus en plus reconnue soit le constructivisme. Présentement, on offre aux enseignants un curriculum rempli d'objectifs d'apprentissage considérés comme étant facilement observables chez l'apprenant (Bednarz, 1990, p.57). Ce genre de curriculum rend la préparation d'un enseignement beaucoup plus simple et rejoint le béhaviorisme qui favorise également un fractionnement des contenus en éléments facilement observables. La lourdeur didactique des curriculums montre une certaine augmentation des contenus et suggère la complexité des apprentissages auxquels font face les élèves. À cause de cette complexité des apprentissages difficiles à fractionner, Norman Gronlund suggère des objectifs généraux qui seraient, d'après lui, plus appropriés à des apprentissages avancés ou complexes (Winzer & Grigg, 1992, p.501). Dans l'enseignement de la mathématique, il serait facile de continuer à utiliser des curriculums par objectifs tels qu'il existe maintenant, car la mathématique semble facilement fractionnable. D'autre part, la mathématique peut également être perçue comme étant un ensemble inter-relié et complexe dont les connaissances à apprendre dépendent d'autres connaissances. D'ailleurs, l'enseignement par la résolution de problèmes est de plus en plus respecté, car il rejoint cette conception d'une mathématique comme étant un tout. De plus, des objectifs moins directifs donnent plus d'autonomie aux enseignants quant à la façon d'aborder les contenus et leurs permettent de proposer aux apprenants des activités plus près d'eux. "[I]t has become increasingly clear that syllabus content, and the curriculum process in general, should not be considered in isolation from the system in which they operate. In other words, content is only part of the story; context must also be taken into account" (Oldham, 1989, p.187).

Bien qu'un curriculum par objectifs ait une certaine utilité, il peut être trop influent quant à la façon d'enseigner. Comme le mentionne le N.C.T.M., l'utilisation d'objectifs facilite la production de manuels scolaires, rend la planification de classe beaucoup plus simple et permet la construction d'instruments d'évaluation justes et compréhensifs (1975, p.52-53). Ces facilités, qu'engendrent un curriculum par objectifs, concentrent toute l'attention d'un enseignement sur un objet d'apprentissage détaillé. Conséquemment, cela peut décourager des questions ouvertes stimulant la créativité des élèves et rendre négligeable l'importance de l'élève dans son apprentissage. De plus, le fractionnement que l'on retrouve dans un curriculum par objectifs rend également une vue d'ensemble difficile de la matière à enseigner. Lorsque l'on reconnaît que le constructivisme semble une bonne inspiration psychologique pour enseigner, travailler avec un curriculum par objectifs n'est pas nécessairement compatible. Bien que les curriculums par objectifs semblent faciliter la tâche des enseignants, "[q]uand on examine les programmes et les manuels scolaires qui s'en inspirent, il apparaît que les caractéristiques psychologiques des élèves auxquels ils sont destinés sont peu considérées" (Cauzinille-Marmèche & Weil-Barais, 1989, p.279). Comme le mentionne Polyá, un des objectifs fondamentaux en enseignement de la mathématique au secondaire est celui d'enseigner à penser (1977, p.328). D'ailleurs la complexité des emplois auxquels les élèves d'aujourd'hui auront à faire face au cours du 21^{e} siècle exigeront une grande habileté et capacité à penser, réfléchir et décider. Par conséquent, "[t]he paradigm shift facing school reformers today involves a programmatic change to move the school's agenda away from an emphasis on content coverage and mere knowledge accumulation to a perspective that is focused on complex forms of thinking and the centrality of meaning" (Presseisen, 1990, p.148), tout en essayant d'intégrer ces formes complexes de pensée à une pratique pédagogique qui se base sur les réalités et les intérêts des apprenants.

1.5 Le rôle du manuel scolaire dans l'enseignement de la mathématique

Le curriculum peut facilement être perçu comme un élément secondaire quant à l'enseignement de la mathématique, car il participe indirectement à l'enseignement. Cependant son importance est primordiale en ce qui concerne le développement des manuels scolaires qui, eux, aident à l'enseignement fait en classe et qui sont également la source des évaluations de la masse estudiantine. Étant donné le rôle important que supporte un manuel scolaire dans l'acte d'enseigner, il convient de vérifier la teneur du développement de la psychologie de l'apprentissage qu'il contient par le biais des pédagogies qu'il suggère. L'importance des manuels scolaires dans l'enseignement n'est plus à mettre en doute. Selon Flanders, environ 90% des enseignants de la mathématique affirment que leur enseignement est basé sur un seul manuel scolaire (1994, p.260). Pour plusieurs raisons, des enseignants sont presque obligés de suivre un "textbook step by step" (Bodin & Capponi, 1996, p.585). Par conséquent, le manuel scolaire et surtout la psychologie de l'apprentissage dont il s'inspire auront une grande influence sur l'enseignement des enseignants et incidemment sur l'apprentissage des élèves, si l'on s'attarde à vouloir leur faire apprendre des notions mathématiques. De plus, cette influence pourra devenir plus ou moins importante. Dans certains cas, et comme le mentionnent Pallascio et al, le manuel scolaire peut jusqu'à tenir "toute la place au point où certains enseignants finissent par s'apercevoir que c'est l'auteur qui enseigne par dessus leur épaule et non eux-mêmes" (1990, p.157). Malgré la bonne volonté des auteurs de manuels scolaires, certaines personnes iront jusqu'à constater que "les documents produits s'appuient rarement sur une connaissance du fonctionnement et du développement cognitifs des élèves" (Cauzinille-Marmèche & Weil-Barais, 1989, p.279).

En conclusion, les écrits des dernières années mettent en évidence l'absence de la psychologie de l'apprentissage autant dans les curriculums que dans les manuels scolaires, et surtout un manque d'information concernant la pédagogie à laquelle ils font référence. Étant donné que je crois que le Québec ne fait pas bande à part, je présente mon analyse des deux curriculums de la mathématique qui furent implantés au cours des quinze dernières années. Bien que je vais porter une certaine attention sur la modification des contenus, je vais surtout m'intéresser aux informations me permettant de discuter de la présence ou de l'absence de la psychologie de l'apprentissage que l'on retrouve au sein des curriculums, et de la pédagogie qui sera utilisée à partir de cette pensée psychologique. Mon exemple sur les curriculums sera essentiellement centré sur les deux curriculums officiels de deuxième secondaire qui furent utilisés depuis 1982. De plus, je vais analyser globalement plusieurs manuels scolaires qui furent utilisés dans les salles de classe du Québec au cours de la même période, et plus spécifiquement les manuels scolaires écrits pour le deuxième secondaire. Cette analyse tentera de faire ressortir la psychologie de l'apprentissage prédominante à partir de laquelle les auteurs se seront inspirés, si tel est le cas, et ainsi y rattacher la ou les pédagogies respectives. Pour compléter cette thèse, je vais également faire une brève analyse de la didactique de la notion de fonction que l'on retrouve dans les manuels scolaires tout en considérant la pédagogie qui sous-tend l'apprentissage de celle-ci dans le but d'infirmer ou de confirmer la présence d'une pédagogie particulière.

1.6 Pourquoi le curriculum?

Dans le système scolaire québécois ainsi que dans plusieurs autres systèmes, le curriculum est la pierre angulaire de l'enseignement d'une matière. Le curriculum, tel que défini par le dictionnaire actuel de l'éducation est un "ensemble de savoirs qui a pour objet pratique la construction méthodique d'un plan éducatif, global ou spécifique, reflétant les valeurs et les orientations d'un milieu et devant permettre l'atteinte de buts prédéterminés de l'éducation" (Legendre, 1993, p.288) et est l'outil de départ de tous les enseignants, car il nous informe des connaissances que devraient posséder les jeunes élèves au terme d'une année scolaire. Les connaissances à acquérir en mathématique peuvent viser deux buts principaux : développer l'être humain pour sa propre autonomie et développer les connaissances de l'être humain pour qu'il puisse participer à l'évolution de la société (Dienes, 1966, p.10).

Nous avons vécu au cours de l'année 1998, la dernière phase de la plus récente réforme du curriculum en enseignement de la mathématique. Cette dernière réforme est la troisième au Québec depuis les années soixante en ce qui concerne le curriculum de la mathématique. De plus, le dernier avis produit par le Conseil Supérieur de l'Éducation en septembre 1998, nous informe par le biais d'un document intitulé "Pour un renouvellement prometteur des programmes à l'école" que nous devons nous attendre à une autre réforme du curriculum qui débutera en septembre 2002. Il n'y a pas seulement le Québec qui vient de réformer son programme de la mathématique, et qui prévoit d'autres changements dans un proche avenir. Par exemple, le National Council of Teachers of Mathematics, qui a suggéré des standards de la mathématique à la fin des années quatre-vingts, proposa dernièrement une réforme de ses standards pour entamer le début de l'an deux mille. La modification des curriculums de la mathématique, à toutes les décennies ou presque, semble très conséquent à la définition précédente de Legendre pour laquelle nous devons tenir compte des "orientations et valeurs du milieu" qui semblent régulièrement en mutation dans la société nord américaine. Cependant, ces réformes concernent habituellement les contenus, alors que:

> "l'évolution de l'enseignement des mathématiques en regard du Québec de l'an 2000 pose fondamentalement la question des approches beaucoup plus que celles des contenus. Elle nécessite bien sûr une mise à jour du corps de connaissances en mathématiques, ... mais elle vise davantage à un changement d'attitude face à un savoir mathématique et à l'apprentissage".
>
> (Bednarz, 1990, p.57)

Il est temps de faire une rétrospective des curriculums de la mathématique parce que ce qui fût et est maintenant proposé en tant que curriculum fait partie des réformes de contenus dont la plupart des variables externes au contenu, mais essentielles à l'apprentissage, ne semblent pas prises en considération. Il ne faut pas oublier que le but premier des curriculums est de répondre aux besoins du milieu dans lequel il est implanté. De là l'importance de s'intéresser à la psychologie de l'apprentissage, car "[t]he foundations of psychological development (que j'associe à la psychologie de l'apprentissage) are rooted in the conditions of life, ... of an organism which is born into an environment which is both physical and social, and which seeks to progressively interact with and master this environment" (Perret-Clermont, 1980, p.24). De plus, nous devons considérer la jeunesse de la didactique qui donna forme aux curriculums, car "[c]e n'est que depuis deux décennies que ... s'est amorcé l'éclosion de la didactique des mathématiques" (Kilpatrick, 1994, p.85). La rétrospective pourrait permettre de voir l'évolution de plusieurs variables externes à l'apprentissage. Parmi ces variables, on peut considérer le lieu physique qu'était une salle de classe, et celui d'aujourd'hui. On pourrait s'attarder également à la formation des maîtres d'alors et de maintenant. La situation familiale a aussi grandement changé. Pour éviter de se perdre parmi les innombrables variables externes au curriculum, je vais m'attarder d'abord au curriculum et de la variable la plus dépendante de celui-ci, c'est-à-dire les manuels scolaires.

Si nous utilisons la définition citée précédemment par le *Dictionnaire actuel de l'éducation*, l'importance d'un curriculum est d'atteindre des buts prédéterminés de l'éducation qui reflètent les valeurs et les orientations d'un milieu. D'ailleurs, les réformes précédentes du curriculum de la mathématique nous permettent de croire que cette définition fut celle utilisée par les personnes qui apportèrent les modifications aux curriculums réformés.

CHAPITRE II

ANALYSE PSYCHOPÉDAGOGIQUE

2.1 Le programme de 1982 pour le deuxième secondaire

Comme pour le programme moderne de 1968, le programme pour l'enseignement de la mathématique débutant en 1982 regroupe ensemble les objectifs du premier cycle (première et deuxième secondaire). On retrouvera dans le programme de 1982 une seconde partie orientée sur les objectifs du second cycle regroupant la troisième, la quatrième et la cinquième année du secondaire. En ce qui a trait aux programmes d'enseignement, je vais concentrer mon intérêt à la première partie du programme, c'est-à-dire le curriculum du premier cycle et surtout à ce qui a trait aux informations s'adressant au niveau de deuxième secondaire.

Le programme d'études pour le premier cycle du secondaire pour la mathématique vise deux grandes finalités qui sont "le développement de la personne dans toutes ses dimensions" et " l'accessibilité pour tous à l'éducation" (MÉQ, 1981, p.3). Ces deux finalités suggèrent un enseignement où l'élève devrait être le centre de la pédagogie. Pour favoriser une pédagogie centrée sur l'élève, on doit tenir compte de ce qui entoure l'apprenant. Conséquent à cette réalité éducative, le MÉQ précise qu"[u]tiliser le plus possible le vécu de l'élève comme élément intégrateur semble être une excellente stratégie en pédagogie éducative" (1981, p.4). Tout en partant du concret, de la réalité des élèves, "l'enseignement de la mathématique au niveau secondaire devrait sortir des schèmes traditionnels (théories-exercices-applications) et s'adapter à la clientèle qu'il dessert" (MÉQ, 1981, p.11). D'ailleurs, l'examen de quelques manuels scolaires qui se sont inspirés du programme d'études, présentement analysé, permet de constater que certains manuels utilisent encore le schème traditionnel que le MÉQ déconseille. Tout en suggérant de se dissocier des schèmes traditionnels, le MÉQ propose malgré tout cent quarante-cinq objectifs intermédiaires pour les deux niveaux du premier cycle, dont soixante-huit pour le deuxième secondaire seulement. Ces objectifs intermédiaires sont très précis et clarifient grandement les résultats attendus de la part des élèves. Cependant, la pratique pédagogique de l'enseignant peut facilement être influencée négativement dans sa pédagogie, car il est facile de s'en tenir à la réussite de ses attentes sans s'attarder à l'acquisition de ses connaissances. D'ailleurs lorsqu'on regarde attentivement les manuels scolaires influencés par ce programme de la mathématique, ils suivent presque mot pour mot l'ordre et la présentation du programme et suggèrent ainsi une pédagogie suivant un ordre de présentation théorie-exercices-applications. Est-ce que l'on peut blâmer le MÉQ de favoriser une façon d'enseigner en proposant un curriculum directif? Évidemment, on peut toujours se défendre de dire que nos écrits s'imposent. Par contre, le MÉQ précise en disant que "[l]a liste des objectifs généraux, ... terminaux et intermédiaires qui l'accompagne, ne se veulent donc aucunement restrictives quant au choix des moyens pédagogiques à utiliser par l'enseignant" (1981, p.18). Par conséquent, ce sont les auteurs qui décidèrent de suivre l'ordre et la présentation que le MÉQ a utilisé.

En 1982, le MÉQ propose dans son curriculum pour le premier cycle du secondaire un guide destiné aux enseignants. Bien que ce guide soit composé d'un grand nombre d'objectifs, on y retrouve beaucoup d'invitation à centrer l'enseignement sur l'élève et surtout une invitation à délaisser un enseignement trop béhavioriste. Parmi les grands principes méthodologiques que mentionnent le MÉQ, on énonce les "principes qui semblent actuellement faire l'objet d'un consensus entre les divers groupes particulièrement préoccupés par l'enseignement de la mathématique" (1981, p.12). Ces principes se résument par une participation active de l'élève, des activités de synthèse, une exploration des heuristiques, une démarche pédagogique diversifiée et des notions mathématiques intégrées au vécu de l'élève. Je me servirai ultérieurement de ces principes pour vérifier leur importance quant à la présentation des manuels scolaires.

Entre le programme moderne de 1968 et le programme d'études de 1981, il y a eu une évolution remarquable. Le programme d'études adresse "les principes méthodologiques", "l'approche pédagogique" et les "principes directeurs" aux deux niveaux d'enseignement alors que le programme moderne compartimentait pour la première et pour la seconde année du secondaire son information quant aux recommandations pédagogiques et au contenu mathématique. De plus, le programme d'études ne regroupe pas directement les contenus pour un même niveau, mais se permet de suggérer dans une suite de contenus ceux qui seraient préférables pour l'apprentissage au premier secondaire et ceux qui seraient préférables au deuxième secondaire. Le changement dans le style de présentation peut inciter à croire qu'il y a eu une évolution dans la pensée de l'apprentissage que le MÉQ véhiculait en 1968. Par exemple, le programme moderne de 1968 présente le curriculum en débutant par les buts généraux, les objectifs spécifiques, le contenu et les notes didactiques. En ce qui concerne le programme d'études de 1981, le MÉQ présente les buts généraux qui incluent les principes méthodologiques et directeurs ainsi que l'approche pédagogique, le contenu, et conclut par l'évaluation pédagogique. Ce changement dans la structure, entre le programme moderne qui mettait en priorité les objectifs et le contenu alors que le programme d'études débute par des références à l'enseignement, permet de remarquer qu'en 1981 le contenu et les objectifs passent en deuxième lieu et que c'est l'apprentissage qui semble devenir la priorité.

En plus d'avoir modifié la structure de son curriculum, on peut remarquer un certain développement dans l'élaboration des buts. En 1968, le MÉQ désirait, par le biais du programme moderne, faire comprendre et faire utiliser la mathématique par les élèves. Il désirait également initier l'élève à la pensée mathématique et au maniement des outils mathématiques. Ces buts n'impliquent pas nécessairement une dimension de l'apprentissage de savoir-être, mais se contentent d'un apprentissage des connaissances déclaratives et des connaissances procédurales. En 1981, le MÉQ élabore davantage ses buts. Bien qu'il formule différemment les buts du programme de 1968, le MÉQ ajoute une dimension affective et ouvre la porte à l'inclusion, dans ses buts, des savoirs-être. On retrouve parmi les buts du programme d'études de 1981 des exemples tels qu' "inculquer des méthodes de travail", "favoriser l'éclosion d'un sentiment de compétence et de satisfaction" et "former un jugement critique". Bien que ces buts peuvent permettre l'apprentissage de connaissances ou connaissances procédurales, elles permettent aussi l'acquisition de savoirs-être.

En ce qui concerne les recommandations pédagogiques des deux programmes, ils varient un peu. Les deux programmes se rejoignent quant à l'importance de la participation de l'élève. Le programme moderne de 1968 suggère que les "situations seront ... empruntées à l'univers familier aux élèves" et "la participation active" de l'élève, alors que le programme d'études de 1981 recommande un enseignement "qui tient compte des besoins, des préoccupations et des intérêts de l'élève" et qui favorise "la participation active de l'élève aux différentes activités proposées". Cependant, le programme moderne de 1968 mentionne que certaines démonstrations devront être "guidées par le maître" et qu'il "fera faire souvent des exercices ayant pour but de faire percevoir certaines propriétés" (Annexe), alors que le programme de 1981 s'abstient de commenter le rôle de l'enseignant. Mieux peaufiné, le curriculum de 1981 présente également une plus grande précision dans les objectifs que le curriculum de 1968 et semble être un outil de travail de meilleure qualité pour les enseignants.

2.2 Les manuels scolaires pour le programme de l'enseignement de la mathématique au deuxième secondaire : de 1982 à 1994.

Suite au programme de 1981, deux collections de manuels scolaires firent leur apparition, la collection "Mathématique au secondaire : BMS" et la collection "Mathématique Soleil". Pour analyser leur contenu ainsi que leur perception du curriculum du premier cycle, je vais parcourir le manuel respectif de ces deux collections qui s'adresse aux élèves de deuxième secondaire.

2.2.1 Mathématique au secondaire BMS 2; Auteurs : Guy Breton, Pierre Mathieu & Jean-Guy Smith

Le premier manuel que je vais aborder est celui appelé "Mathématique au secondaire : BMS 2". Ce manuel communément appelé BMS est composé de huit chapitres. La structure d'un chapitre est basée sur la formulation d'objectifs. Ces objectifs sont une réécriture de celles proposées par le MÉQ. Par exemple, lorsque le MÉQ demande que l'élève puisse "[e]ffectuer une chaîne d'opérations sur les nombres naturels" (1981, p.19), le manuel de l'élève BMS précise comme objectif que l'élève doit "[c]alculer une expression composée de plusieurs opérations" (Breton et al, 1983, p.8). Après avoir effectué un grand nombre d'exercices sur l'addition, la soustraction, la multiplication et la division de nombres entiers sans entrer dans le domaine des nombres rationnels, le manuel BMS conclut ses objectifs du premier chapitre par l'objectif suivant qui demande à l'élève d'être en mesure d' "[é]valuer des expressions contenant une suite d'opérations sur des entiers et des parenthèses" (idem, p.42) alors que le MÉQ demande à l'élève d' "[e]ffectuer des opérations de base sur les nombres entiers à l'aide de divers algorithmes" (1981, p.19). Bien que le manuel scolaire BMS voit l'addition, la soustraction, la multiplication et la division en deuxième secondaire, le MÉQ précise que la somme et la différence des nombres entiers devraient être apprises en première secondaire. Par conséquent, on peut remarquer que le manuel a réorganisé la suggestion que le MÉQ a faite. Nous verrons lors de l'analyse des programmes débutant en 1992 que cette réorganisation sur différentes années scolaires sera plutôt difficile.

Bien que le MÉQ suggérait aux enseignants et aux éditeurs de changer du schème traditionnel théorie - exercices - applications, les chapitres du manuel scolaire BMS en sont toujours fortement influencés. Le chapitre six sur la résolution d'équations et d'inéquations est un bel exemple de ce schème traditionnel. Tout d'abord, le manuel nous suggère une activité que je qualifierais exploratoire, car elle devrait permettre à l'élève d'explorer le concept et peut-être même le découvrir de façon à ce qu'une certaine connaissance puisse être acquise à partir de cette activité. Pour réaliser cette activité, on demande à l'élève de répondre vrai ou faux à quatre phrases. Par la suite les auteurs disent au lecteur, sans lui demander son avis, qu'il n'avait pas le choix de répondre par vrai ou faux. Par conséquent, les auteurs écrivent dans un encadré de couleur la définition d'une proposition. Une deuxième activité, qui suit immédiatement la première, demande à l'élève de répondre par vrai ou faux à quatre expressions mathématiques à l'intérieur desquelles on retrouve soit un signe d'égalité ou d'inégalité. Maintenant que l'élève a observé huit propositions vraies ou fausses, les auteurs lui demandent de faire 31 exercices utilisant la nouvelle notion de propositions qu'il vient tout juste d'apprendre, si apprentissage il y a eu. Tout au long de ce manuel, les auteurs procèdent toujours de la même façon. Tout d'abord, le manuel suggère une ou plusieurs activités dont le but est d'en déduire une définition. Suite à cette définition, l'élève fera, si nécessaire, une activité pour faire un lien entre la définition obtenue et la mathématique. Maintenant que la définition peut être reliée à la mathématique, on demande à l'élève de compléter des exercices. Je précise, ici, que ce sont les auteurs qui font le lien et que le manuel ne nous donne aucun exercice ou moyen didactique pour s'assurer que ce lien a vraiment été fait par l'élève. Lorsque les auteurs ont épuisé la majorité des objectifs qui entourent un sujet mathématique tel que la géométrie ou l'algèbre, on demande à l'élève de faire d'autres exercices en résolvant des problèmes écrits. D'ailleurs chaque chapitre a une section entièrement consacrée à la résolution de problèmes qui utilise les notions qui viennent d'être apprises.

Dans le but de favoriser la technologie, on retrouve dans le manuel BMS une section de chaque chapitre consacrée à l'utilisation de la calculatrice. Pour les élèves qui n'auraient pas fait suffisamment d'exercices, on propose deux autres sections dont l'une, appelée "Défi", est consacrée aux élèves qui ont facilement réussi les exercices précédents et qui désirent résoudre des problèmes demandant plus de réflexion et une section qui s'appelle "plaisirs mathématiques" qui présente aux élèves des exercices plus amusants tout en utilisant des notions mathématiques. Par exemple, on retrouve dans la section "Défi" du chapitre 4 sur les nombres rationnels la définition de diviseur propre. Suite à une activité pour familiariser l'apprenant à cette nouvelle notion mathématique, on ajoute les définitions d'un nombre abondant, déficient, parfait, palindromique et de nombres amicaux, qui sont forcément accompagnées d'exercices. Quant à la section de "Plaisirs mathématiques" du même chapitre, on y retrouve cinq activités qui demandent beaucoup d'habileté mathématique et de la patience.

Il est difficile de conclure si le manuel BMS rejoint les grands principes méthodologiques établis par le MÉQ et mentionnés précédemment. Tout au long des 546 pages, peu d'imagination et de liberté est laissé à l'écriture des définitions par les élèves. Bien qu'il y ait un effort de découverte par le biais des activités, cet effort est ramené à la définition qui est imposée par le manuel. Pour favoriser les activités de synthèse, le manuel BMS se limite à la résolution de beaucoup de problèmes. On ne retrouve absolument pas d'ouverture à la rédaction de rapport ou de résumé ni aucune invitation quant à l'utilisation de différents modes de communication qui favoriserait la synthèse des acquisitions. En ce qui concerne l'exploration d'heuristiques, le manuel BMS se limite à la résolution de deux ou trois problèmes qui devraient favoriser la découverte d'information nécessaire à l'apprentissage. Le manuel n'utilise absolument pas la calculatrice pour faire des découvertes et n'invite pas les élèves à faire des recherches qui pourraient favoriser l'approfondissement de la connaissance chez l'apprenant. En ce qui concerne l'intégration des notions mathématiques au vécu de l'élève, les auteurs appliquent ce principe surtout dans ses exercices et malheureusement pas dans les activités présentant les notions.

En se basant sur la structure et la présentation du manuel, il faut supposer que les auteurs ont favorisé une approche pédagogique dite par les objectifs tout en utilisant une méthode interrogative. Autrement dit, l'auteur suggère aux enseignants de "rationnaliser l'activité pédagogique : - en définissant des objectifs comportementaux, - en évaluant le degré d'atteinte des objectifs, - en modifiant leurs stratégies si les résultats ne leur paraissent pas satisfaisants" (Raynal & Rieunier, 1997, p. 276). De plus, la grande quantité d'exercices m'amène à croire que les auteurs favorisent une régulation systématique, me laissant ainsi supposer une approche pédagogique près de la pédagogie de la maîtrise où l'environnement, dirigé dans ce cas-ci par le manuel, joue un rôle prédominant dans l'apprentissage. Malheureusement, il n'y a que les exercices qui peuvent être associés à cette pédagogie.

2.2.2 **Mathématique Soleil 2; Auteures : Madeleine Drolet & Hélène Rochette**

Le second manuel qui fut le compétiteur du manuel BMS est le manuel titré Mathématique Soleil 2. Le manuel Mathématique Soleil 2 est composé de sept chapitres. Comme pour le manuel scolaire précédent, les chapitres, dans le manuel Mathématique Soleil 2, commencent toujours par la présentation de l'objectif. Mathématique Soleil 2 répète presque constamment, et mot pour mot, les objectifs proposés par le MÉQ.

Lorsque l'on retrouve à la page 305 de Mathématique Soleil 2 l'objectif suivant "[t]racer l'image d'une figure par une suite de translations, de rotations ou de réflexions"(Drolet, 1985), nous pouvons également lire l'objectif 5.1.4 du programme du MÉQ qui est identique (1981, p.24). Suite à cet objectif, les auteurs proposent un court texte illustrant le sujet qui sera abordé au cours des pages suivantes. Pour débuter la notion de suite de translations, les auteurs font un rappel théorique de ce qui devrait avoir été appris auparavant, i.e. la translation, tout en utilisant des illustrations. Après 4 exercices, les auteurs présentent un exemple de suite de translations et demandent à l'apprenant d'effectuer 7 exercices appliquant la notion nouvellement observée. De la même façon, il aborde une suite de rotations et de réflexions. Pour rendre intéressant la notion mathématique étudiée, les auteurs abordent le thème de la régularité en utilisant des photographies illustrant cette notion. Avant d'arriver au "Mini Test", l'auteur suggère 15 exercices servant à approfondir les notions mathématiques acquises au cours de cette partie de chapitre. Pour l'élève qui aimerait en faire davantage, il retrouve 20 questions regroupées sous les sections "Performance Plus" et "Enrichissement". Ce que nous retrouvons dans la section "Performance Plus" sont habituellement des exercices légèrement plus compliqués que ceux effectués auparavant. Par exemple, si l'élève travaille sur les transformations de figures géométriques, alors dans la section "Performance Plus", on demandera à l'élève d'effectuer une translation d'une montgolfière, d'un poisson ou d'un objet insolite qui rend la qualité d'une translation un peu plus discutable. Dans la section "Enrichissement", les auteurs suggèrent d'utiliser les nouveaux apprentissages pour découvrir une nouvelle notion qui n'est pas nécessairement au programme mais qui est reliée à un sujet de la réalité. Ainsi, les auteurs présentent et expliquent ce qu'est une frise en utilisant les notions de déplacements tels que la translation et la rotation. Lorsque l'élève arrive à la fin d'un chapitre, on lui propose une courte section entièrement dédiée à l'utilisation de la calculatrice et un petit programme utilisant le langage Basic qu'il peut expérimenter soit à l'école ou à la maison. Et pour terminer, chaque chapitre se termine toujours par une section appelée "Révision" qui regroupe une vingtaine de questions sur ce qui fut appris dans le chapitre.

Tout comme le manuel BMS, le manuel Mathématique Soleil 2 ne semble pas rencontrer la majorité des grands principes méthodologiques du MÉQ. En ce qui a trait à la participation active de l'élève, Mathématique Soleil 2 s'impose comme l'élément essentiel de la connaissance. On retrouve trop peu de questions qui laissent l'élève réfléchir et ainsi façonner ses propres acquisitions. À la place, on offre des définitions toutes faites et on impose pour chacune des notions mathématiques une façon de faire quel que soit le thème étudié. Le manuel Mathématique Soleil 2 rejoint le principe du MÉQ qui est de favoriser les activités synthèses à l'aide de résolution de problèmes. À la fin de la plupart des sections de chapitres, les auteurs proposent une série de problèmes à résoudre et on y retrouve également une section à la fin de chaque chapitre qui porte entièrement sur la révision. Cependant, les auteurs auraient pu permettre à l'élève d'élaborer sa propre synthèse en proposant des activités ou exercices favorisant la communication ou la rédaction. En ce qui a trait à l'exploration d'heuristiques, c'est l'absence totale dans le Mathématique Soleil 2. Dans ce manuel, on ne favorise pas une approche par découverte, mais on se fait dire à partir de ce que nous avons vu auparavant ce que nous devrions savoir. La démarche pédagogique de ce manuel est compatible à un enseignement individualisé, car la façon de fonctionner est très linéaire, répétitive, parfois ennuyante et surtout très directive dans la façon de faire de la mathématique. Ce qui est bien dans le manuel Mathématique Soleil 2, c'est que les auteurs font régulièrement des liens entre ce qui devrait avoir été appris et ce qui sera appris. Le manuel utilise également beaucoup d'exemples qui peuvent être utilisés dans d'autres sujets qui n'ont aucun lien direct avec la mathématique tels que le baseball, les échecs ou le théâtre et pour lesquels nous pouvons appliquer des connaissances mathématiques.

La présentation par les objectifs dans le manuel Mathématique Soleil 2 propose habituellement une pédagogie par les objectifs. Cependant, l'auteur de ce manuel semble favoriser davantage une approche de la pédagogie de la maîtrise. Pour appliquer les principes de cette pédagogie, l'auteur ou l'enseignant doit mettre en œuvre les principes suivants:

> "- définir précisément, en termes de comportement observables prouvant l'apprentissage, les objectifs à atteindre en proposant des critères de maîtrise extrêmement claires,
> - identifier très précisément les prérequis,
> - évaluer exactement le niveau de départ des élèves avant le début de chaque leçon,
> - mettre tout le monde au même niveau ... avant de commencer ...,
> - dispenser la leçon,
> - vérifier à la fin de celle-ci quels sont les acquis réels des élèves en fonction des objectifs poursuivis,
> - identifier les élèves qui n'ont pas atteint le niveau de maîtrise prévu,
> - combler immédiatement le retard par des cours spéciaux ..."
>
> (Raynal & Rieunier, 1997, p.275)

Suite à la description du manuel Mathématique Soleil 2, mentionnée précédemment, je remarque que l'auteur définit les objectifs à atteindre, identifie les préalables, met les élèves au même niveau en leur donnant l'information prérequise. Cependant, les auteurs omettent d'évaluer les élèves avant de débuter un objectif pour ainsi confirmer leurs connaissances des prérequis. En ce qui concerne l'évaluation qui permet de vérifier les acquis suite à l'enseignement, Mathématique Soleil 2 utilise un mini test et il suggère des exercices supplémentaires qui pourraient servir à la remédiation des difficultés rencontrées lors du mini test. Par conséquent, Mathématique Soleil 2 rencontre les éléments mentionnés par Raynal et Rieunier pour définir la pédagogie de la maîtrise.

Contrairement au Manuel BMS qui a adapté, à l'occasion, la présentation du programme pour les deux premières années du secondaire, Mathématique Soleil 2 suit l'ordre proposé par le MÉQ. Bien que Mathématique Soleil 2 semble suivre le schème traditionnel de la théorie, les exercices et les applications, il aborde les sujets mathématiques d'une façon plus diversifiée que BMS. À titre d'exemple de diversification, Mathématique Soleil 2 présente l'objectif "[c]alculer le produit de nombres entiers" en rappelant à l'élève ce qu'il devrait avoir appris l'année précédente sur le sujet et en motivant l'importance de cet objectif en donnant un exemple de son utilité dans la vie de tous les jours. Le manuel BMS, quant à lui, nous présente un thermomètre et nous demande d'effectuer un déplacement sur ce thermomètre, ce qui représente l'addition d'entiers et pour la multiplication, l'auteur propose 4 activités où l'étudiant doit effectuer des multiplications et en déduire la règle des signes. Cependant, l'auteur de Mathématique Soleil 2 conserve une méthode pédagogique traditionnelle. Voici un exemple tiré du chapitre 3 de leur manuel et qui correspond à l'exemple du chapitre 6 du manuel BMS cité précédemment. Tout d'abord l'auteur de Mathématique Soleil 2 fait un bref retour sur les connaissances algébriques que l'élève vient tout juste d'expérimenter auparavant. Il utilise l'expression algébrique pour présenter une forme propositionnelle et le calcul de la valeur numérique de celle-ci pour déterminer une proposition. Par la suite, les auteurs résument avec précision les définitions du nouveau vocabulaire. Pour approfondir les nouvelles informations, le manuel invite l'élève à observer 4 exemples. À la suite des exemples, l'élève se voit offrir 20 exercices à résoudre.

2.2.3 **Comparaison des deux manuels**

On retrouve trois différences entre BMS et Mathématique Soleil 2. La première est la façon dont le Mathématique Soleil 2 actualise les sujets mathématiques en utilisant des images, des mises en situations et des rétroactions, et ce, autant dans les introductions, les explications que les exercices, alors que BMS va faire des liens avec la réalité des élèves par le biais de quelques exercices. La seconde différence se retrouve dans la quantité d'exercices. Lorsque vient le temps d'avoir des exercices sur l'addition et la soustraction des nombres rationnels, le manuel BMS suggère à l'élève 20 exercices totalisant 104 questions alors que le manuel Mathématique Soleil 2 propose 7 exercices avec 65 questions à résoudre. Bien que les auteurs tendent à dire que la quantité d'exercices est peu importante, car l'élève n'a pas à tous les faire, l'élève ne sait jamais quelle est la quantité nécessaire à son apprentissage. Dépendant de la connaissance des difficultés des élèves, l'enseignant ne peut que suggérer une quantité qu'il juge raisonnable pour l'ensemble du groupe et non pas pour chaque individu. La troisième différence, et qui favorise BMS, est son approche "questions-réponses". Alors que le manuel Mathématique Soleil 2 suggère un enseignement très directif, le manuel BMS introduit plusieurs notions mathématiques par des questions auxquelles l'élève doit répondre. Ce qui le force à penser à sa réponse et ainsi se faire une idée de ce qu'il aura à faire et à savoir pour continuer.

Dans l'ensemble, je peux dire que les deux manuels proposés à l'époque furent relativement de même qualité avec des forces et des faiblesses. Que ce soit avec une approche plus ouverte par le manuel BMS ou que ce soit par une meilleure actualisation de la mathématique par le manuel Mathématique Soleil 2, il est difficile de conclure que l'élève soit au centre d'intérêt de ces deux manuels. Les deux manuels semblent plus être des outils pour les enseignants que pour les élèves dont leur centration est l'acquisition de notions mathématiques dans le but de couvrir les objectifs du MÉQ, sans nécessairement les comprendre et les maîtriser. Bien que le MÉQ ait émis un programme de la mathématique plutôt flexible pour ceux qui s'en servent, la publication des deux manuels mentionnés précédemment ont encadré ce programme d'une façon plutôt inadéquate quant aux suggestions ministérielles qui favorisent les principes suivants:

> "favoriser une participation active de l'élève et la prise en charge graduelle de sa propre formation;
> favoriser des activités de synthèse;
> explorer des heuristiques;
> diversifier des démarches pédagogiques;
> intégrer les notions enseignées au vécu de l'élève."
>
> (MÉQ, 1981, p.12-13)

2.3 Le programme de 1994 pour le deuxième secondaire

Entre le programme de 1981 et celui de 1994, le MÉQ a grandement modifié son approche et sa façon de rédiger et présenter l'information destinée aux enseignants concernant l'enseignement de la mathématique au deuxième secondaire. Tout d'abord, nous devons remarquer que chaque niveau d'enseignement a son propre programme et ses propres objectifs, ce qui enlève beaucoup de flexibilité aux éditeurs et enseignants, comparé au programme de 1981, où le programme de secondaire un et deux était regroupé dans un même programme d'études. Cela permettait aux utilisateurs du programme de 1981 de ne pas suivre l'ordre des propositions du MÉQ quant à l'organisation et la présentation des objectifs et du contenu. Par la suite, on peut remarquer que la structure du programme d'étude de 1994 semble s'être modernisée. Le programme d'études de 1994 se présente comme étant "constitué d'objectifs globaux, généraux, terminaux et intermédiaires" dont "[l]a compréhension doit être associée au but de l'enseignement de la mathématique et aux principes formulés au regard des contextes d'apprentissage" (MÉQ, 1994, p.21). Les objectifs du programme d'étude de 1994 ne sont pas énumérés comme une suite de connaissances à apprendre comme le programme d'études de 1981 l'avait fait. Les objectifs du programme d'études de 1994 sont présentés et encadrés de textes, de telle sorte que l'on puisse reconnaître l'acquisition des préalables à la poursuite de l'objectif, "les manifestations de l'atteinte de l'objectif terminal" ainsi que "le lien avec l'objectif général, les objectifs globaux et les principes pédagogiques" (MÉQ, 1994, p.21). L'utilisateur d'un tel programme peu ainsi avoir une meilleure vue d'ensemble de la connaissance à acquérir par l'apprenant.

Le but du programme d'études de 1994 consiste en une acquisition par l'élève d'une "solide formation de base, des habiletés et des attitudes essentielles à son adaptation afin qu'il puisse réinvestir ses connaissances pour arriver à posséder celles dont il aura besoin au cours de sa vie" (MÉQ, 1994, p.15). Non seulement la structure du nouveau programme s'éloigne d'un cadre trop directif quant à la présentation du contenu, mais le but du programme d'études de 1994 se soustrait également à la précision langagière pointilleuse des années précédentes. Alors qu'en 1981 on désirait inculquer des méthodes de travail, favoriser un sentiment de compétence et former un jugement critique, en 1994, on vise une formation de base ainsi que des habiletés et attitudes utiles à son avenir. De plus, nous sommes très loin des objectifs de 1968 qui visaient à faire comprendre et utiliser la mathématique par l'élève ainsi qu'à l'initier à la pensée mathématique et au maniement d'outils. Globalement, le but des programmes est passé de la compréhension de la mathématique et de son utilisation, au développement de méthodes de travail et un sentiment de compétence, pour se retrouver en 1994 à favoriser une solide formation de base et à développer des habiletés et des attitudes qui peuvent être réinvestis. Donc, les programmes de l'enseignement de la mathématique au Québec ont débuté par des suggestions de contenus à apprendre en 1968 pour devenir des suggestions de développement de l'être humain à travers l'acquisition de connaissances, de savoirs-être et connaissances procédurales, en 1994.

L'objectif du remaniement des programmes annoncé en mars 1990 devrait permettre "de mettre davantage l'accent sur les orientations fondamentales des programmes des années 80 et de procéder à des nouvelles répartitions des contenus d'apprentissage." (MÉQ, 1994, p.11) Tel que mentionné précédemment, le programme de 1994 revient sur l'importance du développement de la personne autant dans ses connaissances, ses habiletés que ses attitudes. Dans l'approche pédagogique de 1981, le MÉQ disait "[p]artir du concret et revenir à lui, voilà l'essentiel de la démarche utilisée." (1981, p.14)

En 1994, le MÉQ précise que:

> "[l]es connaissances actuelles sur les processus d'apprentissage des élèves et les objets de cet apprentissage nous incitent à mettre l'accent sur deux principes pédagogiques qui guideront l'enseignante ou l'enseignant dans son travail. L'enseignante ou l'enseignant doit favoriser la participation active de l'élève en ce qui a trait à l'objet d'apprentissage (habiletés cognitives) et aux stratégies qui modulent cet apprentissage (habiletés métacognitives)."
>
> (1994, p.15)

Ce qui est nouveau dans la dernière phrase est l'apparition de la métacognition et ainsi un début d'importance que le MÉQ semble accorder à la psychologie de l'apprentissage. Plus loin, le MÉQ précise "que l'élève doit être au cœur de ses apprentissages, qu'il doit être le principal agent de son éducation, ou encore, que la construction d'un savoir est un processus complexe qui dépend en tout premier lieu de l'élève." (1994, p.15) Bien que le MÉQ reconnaît l'importance de l'élève dans son processus d'apprentissage, il revient de nouveau avec un programme regroupant des objectifs qui semblent, cette fois-ci, mieux présentées. Contrairement à 1981 où le MÉQ énumérait un grand nombre d'objectifs terminaux qui étaient expliqués par des objectifs intermédiaires, en 1994, le MÉQ propose des textes élaborés pour présenter les objectifs terminaux qui sont accompagnés de quelques objectifs intermédiaires. Ce que nous retrouvons dans ces textes est une description du programme des années antérieures, une précision des manifestations par l'élève qui démontreront "l'atteinte de l'objectif terminal" et "le lien avec l'objectif général, les objectifs globaux et les principes pédagogiques". (MÉQ, 1994, p.21) En ce qui concerne le nombre d'objectifs, le nouveau programme propose cinquante-et-un objectifs intermédiaires, ce qui représente une baisse de quinze objectifs sur le programme de 1981. De plus, le MÉQ favorise, dans sa nouvelle structure des objectifs, la communication par l'élève, ce qui confirme l'importance de l'apparition des savoirs-être dans le programme d'études de 1981, connaissances qui n'étaient pas mentionnées lors du programme moderne de 1968. Par exemple, on retrouve des objectifs intermédiaires qui invitent l'élève à s' "[e]xprimer en ses propres mots ou par un dessin les relations qui existent entre les données d'un problème" (MÉQ, 1994, p.25). Un autre exemple: un objectif intermédiaire vise, de la part de l'élève, à "[t]raduire une équation par un énoncé de problème" (MÉQ, 1994, p.27). Maintenant que le MÉQ reconnaît le rôle important que l'élève a sur son apprentissage, il sera intéressant de voir l'importance que les auteurs de manuels scolaires accorderont aux élèves ainsi que leur interprétation, quant à l'ouverture du MÉQ en ce qui concerne les habiletés métacognitives.

2.4 Les manuels scolaires pour le programme de l'enseignement de la mathématique au deuxième secondaire : de 1994 à aujourd'hui

De façon à pouvoir conserver une certaine cohésion entre les manuels scolaires proposés en 1982 et ceux de 1994, je vais suivre les mêmes principes méthodologiques du programme de 1982, puisque le MÉQ précise que le nouveau programme "permet de mettre davantage l'accent sur les orientations fondamentales des programmes de 1980". (1994, p.11) De plus, je porterai une attention particulière à la façon dont les auteurs s'intéresseront aux habiletés métacognitives nécessaires à l'apprentissage de la mathématique.

Cette section sur les manuels scolaires est le reflet de l'intérêt grandissant de la mathématique par les compagnies d'édition. Lorsqu'en 1982, deux compagnies d'édition présentèrent une collection entière de manuels scolaires pour tous les niveaux du secondaire, en 1994, cinq compagnies se font la lutte pour obtenir l'assentiment des commissions scolaires et des enseignants de la mathématique du secondaire. Deux compagnies survivront tout au long des cinq années du secondaire et une collection s'intéressera seulement au deuxième cycle du secondaire, c'est-à-dire pour le quatrième et le cinquième secondaire.

2.4.1 Croisières Mathématiques 2; sous la direction de Madeleine Drolet & Hélène Rochette

Ce manuel de deuxième secondaire est divisé en deux tomes. Étant donné que le thème de cette collection est le voyage, le programme proposé par le MÉQ pour le deuxième secondaire est divisé en trois odyssées regroupant les thèmes mathématiques de l'algèbre, la géométrie et la probabilité. Une odyssée est divisée en plusieurs escales dont chacune représente un sujet mathématique. Maintenant que la matière est fractionnée dans un ordre plutôt ministériel, voici la présentation d'une escale. Avant de débuter une thématique, les auteurs nous proposent une page d'histoire nous expliquant brièvement la provenance des notions mathématiques qui seront vues ultérieurement. Comme l'indique le titre, la mathématique est vue à travers la géographie, l'histoire et la culture des pays visités. Avant de débuter une escale, les auteurs proposent un petit questionnaire d'une dizaine de questions visant à évaluer des connaissances acquises précédemment. Maintenant que nous savons où nous nous dirigeons géographiquement, les auteurs présentent l'objectif terminal du MÉQ qui sera également l'objectif des exercices qui suivront. Les auteurs commencent leur escale en nous donnant un peu d'information sur l'histoire de notre destination. Jusqu'à maintenant, ça fait beaucoup de lecture pour entamer un apprentissage de la mathématique. Suite à cette longue lecture, les auteurs nous proposent une série d'activités accompagnées de questions qui sont présentées dans un ordre dont la difficulté va en grandissant. Tout au long de ces activités, les auteurs se servent de la marge pour insérer des exercices, des définitions, des exemples et de la théorie. Étant donné que les pages sont constituées en deux colonnes de grandeur inégale et dont la plus large colonne regroupe les activités, l'élève peut être intéressé à oublier la marge et toutes les informations qu'elle contient. À la fin d'une section, les auteurs invitent l'élève à faire une autoévaluation, proposent une dizaine d'exercices de consolidation et terminent par une activité qu'il appelle "enrichissement". Pour conclure une escale qui devrait avoir couvert un sujet mathématique, le manuel Croisière Mathématique 2 propose un "Mémento" qui sert à résumer la théorie de l'odyssée, un "Rétrocontrôle" et une "Consolidation" qui ensemble regroupe une vingtaine de questions qui favorisent la révision des notions mathématiques acquises au cours de l'odyssée, un "Enrichissement", et un "Visa" qui regroupe entre 10 et 20 questions et qui pourrait servir d'évaluation.

Le manuel Croisière Mathématique 2 m'apparaît comme un bon outil pour favoriser une participation active de l'élève dans son propre apprentissage. Par exemple, les auteurs suggèrent à l'élève une stratégie pour résoudre des problèmes au lieu d'en imposer une. De plus, l'élève est invité à faire des petites évaluations ou des rétroactions qui sont écrites dans la marge, mais elle ne sont pas nécessaires pour résoudre les activités prévues à l'apprentissage. La plupart du temps, les auteurs vont inclure des exemples avec les méthodes qu'ils suggèrent. Ainsi, l'élève devrait savoir la différence entre deux rapports équivalents et deux rapports identiques, les auteurs proposent un exemple suggérant deux relations différentes entre une distance parcourue et le temps pris pour la parcourir et précisent qu'elles ne sont pas identiques, mais qu'elles sont équivalentes (Drolet & Rochette, 1994, p.103). Les auteurs n'imposent jamais des méthodes pour résoudre des difficultés mathématiques. La majorité du temps, ils suggéreront une ou plusieurs façons de faire pour atteindre la réponse à la question ou au problème à résoudre.

Ce manuel est très centré sur la résolution de problèmes. Tout l'apprentissage de la mathématique dans ce manuel origine de questions partant d'un problème ou de plusieurs problèmes. Malheureusement, l'apprentissage de l'élève se fait dans une interaction entre lui et les auteurs. Très rarement, comme au numéro 11 de la page 62, les auteurs vont inviter l'élève à comparer ses résultats à ceux des autres élèves. L'utilisation de la calculatrice n'est pas imposée et très rarement suggérée. Quant à l'utilisation de l'ordinateur, les auteurs en font mention à quelques brèves reprises, mais rien pour stimuler l'apprentissage de la mathématique. La démarche pédagogique est très monotone. Tous les objets d'apprentissage se font d'une façon traditionnelle, c'est-à-dire que les auteurs proposent des problèmes qui impliquent des questions, et suggèrent ainsi indirectement des réponses. Cependant, l'élève n'a aucun autre moyen, pour vérifier son résultat, que de consulter l'enseignant, car le manuel ne donne pas de réponses. Une lacune importante de ce manuel est le manque d'informations concrètes pour l'élève. Étant donné que les problèmes se déroulent, en grande partie, dans un autre lieu géographique de la planète, l'élève doit posséder une culture générale pour seulement comprendre les problèmes. Sa bicyclette, sa poutine, son baladeur et ses émissions télévisés favorites n'ont aucune place dans ce manuel.

Bien que l'élève doive consulter l'enseignant pour se corriger, la méthodologie pédagogique de ce manuel vise à permettre à l'élève de développer son autonomie face à son apprentissage en conformité avec les recommandations du MÉQ. Bien que le concept du voyage peut stimuler la curiosité, le vocabulaire qui s'y rattache peut malheureusement détourner l'attention de l'élève face à un problème qui comporte une difficulté mathématique. En ce qui concerne les stratégies utilisées pour permettre l'acquisition des connaissances, l'auteur favorise beaucoup la maïeutique en ayant très peu d'exercices mais beaucoup de problèmes accompagnés de questions favorisant le réflexion, l'analyse et l'induction. Par exemple, l'auteur invite l'élève à résoudre des problèmes écrits en suivant une méthode utilisant la construction d'une équation et en la résolvant par la suite. Cependant, les auteurs précisent dans la marge une méthode pour résoudre un problème. La première étape de cette méthode consiste à résoudre le problème sans équation. La deuxième étape invite l'élève à essayer des solutions possibles. Il faut attendre la troisième étape pour parler d'algèbre. C'est à cette étape-là que les auteurs demandent à l'élève d'essayer de trouver une équation. La quatrième étape consiste à résoudre l'équation de la troisième étape et de répondre à la question du problème. Bien que l'élève soit invité à résoudre des problèmes écrits en utilisant l'algèbre, il est malgré tout libre de choisir sa façon de faire. Ce qui est très bien pour le développement d'une méthode de travail et surtout confirme que "[t]he result ... is that a student can solve a given equation without being capable of expressing the steps made or of justifying the results". (de Lange, 1994, p.236). La pédagogie utilisée par ce manuel rejoint la pédagogie de la découverte ainsi que la pédagogie de la maîtrise. On peut reconnaître la pédagogie de la découverte, car "le formateur cherche à faire découvrir ... par l'élève, les faits, les concepts, les règles, les lois, les principes" (Raynal & Rieunier, 1997, p.270) en utilisant plusieurs mises en situation et en se limitant dans l'encadrement de l'apprentissage. L'utilisation d'un enseignement à l'aide de différents contextes n'est pas nécessairement bénéfique à l'apprentissage de la mathématique, car "students interact with the context of a task in many different and unexpected ways and that this interaction is ... individual. Students are constructing their own meaning in different situations and it is wrong to assume their general familiarity with or general understanding of the context" (Boaler, 1993, p.16). De plus, le fait que les mises en situation font appel à des situations non familières à l'apprenant peut créer des barrières à un apprentissage facilement observable et uniforme. Étant donné ces lacunes d'une pédagogie de la découverte utilisant des mise en situation, il advient intéressant d'entremêler des stratégies pédagogiques provenant de la pédagogie de la maîtrise et celle de la découverte. Ce manuel rejoint également en plusieurs points les grands principes de la pédagogie de la maîtrise. Résultant des expérimentations de Bloom et Carroll, ces principes sont:

> "- définir précisément, en termes de comportement observable prouvant l'apprentissage, les objectifs à atteindre en proposant des critères de maîtrise extrêmement clairs,
> - identifier très précisément les prérequis,
> - évaluer exactement le niveau de départ des élèves avant le début de chaque leçon,
> - mettre tout le monde au même niveau ... avant de commencer ...,
> - dispenser la leçon,
> - vérifier à la fin de celle-ci quels sont les acquis réels des élèves en fonction des objectifs poursuivis,
> - identifier les élèves qui n'ont pas atteint le niveau de maîtrise prévu,
> - combler immédiatement le retard par des cours spéciaux qui portent le nom de remédiation afin que chacun se présente au début de la leçon suivante sans handicap."
>
> (Raynal & Rieunier, 1997, p.275)

Plus précisément, on peut reconnaître la pédagogie de la maîtrise dans le manuel Croisières Mathématiques 2 par la clarté des objectifs à atteindre, par l'évaluation du niveau de départ à l'aide de la section "Passerelle", par la vérification des acquis à la fin d'une excursion lors d'une autoévaluation qui identifie les élèves ayant de la difficulté et par la remédiation des difficultés à l'aide de la section dite "Consolidation".

2.4.2 Univers Mathématiques 2; Auteurs : Jacques Assouline, Chantal Buzaglo & Gérard Buzaglo

Le manuel Univers Mathématique 2 est un modèle adapté du manuel BMS de 1984 ou on retrouve beaucoup d'exercices, et surtout une pédagogie de type théorie-exercices-applications que le MÉQ avait déconseillé en 1984. La présentation est très classique. Les auteurs présentent un objectif, suggèrent une ou plusieurs activités, donnent la définition et invitent l'élève à faire des exercices. Bien que les activités devraient aider les élèves à découvrir les notions mathématiques nécessaires pour progresser, il n'y a aucun moyen de savoir autrement que de consulter un enseignant si l'élève à vraiment compris. De plus, on ne retrouve absolument rien qui pourrait aider l'élève à apprendre et qui utiliserait l'informatique. Le manuel Univers Mathématique 2 est un bel exemple de pédagogie traditionnelle. Lorsque l'on parle de pédagogie traditionnelle, on y retrouve essentiellement une "acceptation sans trop de nuances de la relation d'autorité formateur-formé" et une "acceptation du principe selon lequel le rôle du maître consiste à dispenser le savoir, l'élève devant s'organiser au mieux pour apprendre" (Raynal & Rieunier, 1997, p.277). En ce qui concerne l'Univers Mathématiques 2, le formateur est le manuel, et c'est ce manuel qui est le guide de l'apprentissage.

2.4.3 Les Maths et la Vie 2; sous la direction de Célestin de la Grange & Serge Maurer

Le manuel Les Maths et la Vie 2 est divisé en deux volumes. À première vue, ce manuel semble plutôt compliqué dans son fonctionnement. Les auteurs expliquent au début de leur manuel que nous pouvons retrouver jusqu'à 20 différentes rubriques pour nous aider à passer à travers une notion mathématique. Cependant, lorsque nous entrons dans l'utilisation du manuel, le déroulement est plaisant. Pour aborder une section du manuel, les auteurs débutent toujours par une série d'illustrations qui sert à introduire le sujet mathématique qui sera traité ou pour illustrer un texte de mise en situation. Accompagnant ces illustrations, les auteurs précisent les objectifs du MÉQ qui seront couverts par cette section. Nous remarquons que le manuel ne suit par l'ordre du ministère, et en plus il couvre différents objectifs dans une même section. Par exemple, le manuel propose dans une section, la notion géométrique du cercle. Après avoir observé les illustrations et répondu aux questions qui y sont reliées, on voit apparaître une petite icône qui fut décrite comme étant une invitation à consulter un document pédagogique (guide du maître) contenant d'autres exercices reliés au même sujet. Cette suggestion force l'élève à s'exprimer, car il doit faire un choix quant à la suite de son apprentissage. L'élève doit choisir entre faire une évaluation formative, résoudre d'autres problèmes ou poursuivre le cheminement du manuel. Ces trois options permettent à l'élève d'assumer son autonomie à l'égard de ses apprentissages. Le cas échéant, cela permet à l'enseignant de faire une évaluation formative concernant les acquis antérieurs de l'élève. Le concept de ce manuel fait intervenir un personnage historique. Ainsi, pour le deuxième secondaire, les auteurs ont utilisé le mathématicien Isaac Newton pour faire la narration de la théorie.

Suite aux illustrations visant à introduire le cercle, les auteurs suggèrent, par le biais d'Isaac Newton, "sa propre définition" (De la Grange & Maurer, 1994, p.294). Étant donné que les auteurs précisent que c'est la définition de Newton, cela permet l'ouverture à d'autres définitions. Maintenant que l'élève a entrevu quelques notions mathématiques, il est invité à les mettre en pratique. Pour le cercle, le manuel l'invite à construire deux cercles, un sans mesure de rayon et l'autre avec un rayon mesurant 1,5 cm. Le manuel explique et représente par des images ses explications des étapes à suivre pour construire un cercle. Découlant de ces constructions, le manuel donne à l'élève quelques propriétés du cercle et introduit la notion de polygone régulier. De nouveau, le manuel invite l'élève à faire une construction géométrique. Cette fois-ci, le manuel demande à l'élève de faire un polygone à l'aide d'un cercle, d'un compas et d'un rapport d'angle. Pour conclure ces nouvelles notions, le manuel présente une section intitulée "Résumons l'essentiel". Suite à ces notions, les auteurs invitent l'élève à faire seul ou en équipe 4 exercices. Si ces exercices ne sont pas suffisants, l'élève est invité à se rendre à une page précise du manuel où il retrouvera d'autres numéros sur le même sujet qu'il vient de voir. Après avoir effectué une section semblable à celle précédente, le manuel présente sa section "c'est compris". Cette section regroupe une douzaine de questions qui sert d'évaluation formative. De plus, l'élève retrouve à la fin du manuel les réponses à cette section. Par conséquent, l'élève peut s'autoévaluer et suite au résultat de son évaluation, deux cheminements lui sont proposés. Si l'élève n'est pas certain de sa compréhension, il doit se diriger à la section "Essaie encore une fois" qui est habituellement composée d'une dizaine de questions de révision. Si l'élève semble avoir compris, il peut se diriger à la section "alors tu peux en faire plus" qui est composée d'une dizaine de questions visant à approfondir les nouvelles notions apprises.

Le manuel Les Maths et la Vie 2 rejoint beaucoup ce que le MÉQ propose dans son programme de la mathématique. Par exemple, le manuel semble être un excellent outil pour favoriser une participation active de l'élève dans son cheminement d'apprentissage. L'élève doit vérifier sa compréhension lorsqu'il fait une évaluation formative dont les réponses sont à la fin du manuel. Suite à ce résultat, l'élève doit prendre une décision quant à la suite des exercices à faire. L'icône concernant les exercices supplémentaires peut être laissée à la discrétion de l'élève et ainsi l'enseignant participe au développement de l'autonomie de l'élève. Avec ce manuel, l'élève a l'occasion de développer une certaine autonomie face à son apprentissage et au cheminement requis à sa réussite. La présentation non séquentielle, dans le manuel, des objectifs du MÉQ favorise la diversité des exercices, mais surtout développe les habiletés de synthèse de l'élève. Cette méthode permet de faire des liens entre différentes notions mathématiques et force une certaine rétention des acquis, car la poursuite des apprentissages de ces notions se fera dans les semaines à venir. Tout au long des activités exploratoires, le manuel utilise beaucoup de problèmes et interroge l'élève surtout sur des notions mathématiques qui ont été vues auparavant. Ce qui permet une transition entre les notions antérieures et les notions a venir. Bien que la démarche pédagogique principale du manuel est le travail individuel, lors des exercices, on retrouve toujours la mention "seul ou en équipe". Par conséquent, il est possible pour l'enseignant d'utiliser une pédagogie plus ouverte sur la collaboration tout en sachant qu'il y a d'autres exercices qui peuvent être faits individuellement. En ce qui concerne les exercices, le manuel offre presque seulement des problèmes à résoudre. D'ailleurs les problèmes ne sont pas nécessairement facile à résoudre, car plusieurs d'entre eux font appel à des connaissances antérieures qui ne sont pas récentes et qui n'ont pas été revisées. Les habiletés de synthèse deviennent ainsi très importantes pour résoudre les exercices.

Bien que le manuel Les Maths et la Vie 2 semble s'inspirer de la pédagogie de la maîtrise, on y retrouve des nuances qui permettent d'y retrouver des concepts de la pédagogie différenciée. Par exemple, on retrouve dans ce manuel des caractéristiques de la pédagogie de la maîtrise telles qu'une définition des comportements observables, une organisation permettant la présentation d'une leçon, une vérification des acquis, une identification des élèves qui ont de la difficulté et des exercices de remédiation. "C'est la façon d'envisager la fonction de l'évaluation formative par rapport à l'organisation du système de formation qui permet de différencier la pédagogie de la maîtrise de la pédagogie différenciée" (Raynal & Rieunier, 1997, p.272). Pour une évaluation formative, l'élève est prioritaire dans une pédagogie différenciée, alors que dans une pédagogie de la maîtrise, ce sera le système qui sera en priorité. Voilà la différence que nous retrouvons dans le manuel Les Maths et la Vie 2, car après une évaluation formative, l'élève se corrige et suite à son résultat, il choisit la suite de son cheminement. Soit qu'il se dirige vers une régulation rétroactive ou vers une rétroaction proactive. Lorsqu'un enseignant opte pour la pédagogie différenciée, non seulement il s'intéressera au produit de l'apprentissage, mais il s'intéressera au "procesus d'apprentissage mis en œuvre par les individus" (idem, p.271). De plus, la présentation des objectifs selon une approche en spirale est une autre raison liant l'inspiration de ce manuel à une pédagogie différenciée.

2.4.4 **Carrousel Mathématique 2; Auteur : Guy Breton**

Carrousel Mathématique 2 est un autre manuel qui est divisé en deux tomes. Chaque chapitre est intitulé "Itinéraire". Un itinéraire débute toujours par la présentation des grandes idées ainsi que des objectifs terminaux qui seront couverts au cours de cet itinéraire. Tout d'abord, l'auteur présente une ou plusieurs activités dans le but de faire découvrir une ou des notions mathématiques. Suite à ces découvertes, si découverte il y a lieu, l'auteur présente la théorie qui concerne la ou les notions mathématiques. Par la suite, l'auteur propose une courte section appelée "Carrefour" qui contient des problèmes dont la solution inductive permettra à l'élève de découvrir une ou des notions mathématiques ou d'approfondir la ou les notions nouvellement acquises. Suite à un "Carrefour", l'auteur propose deux courtes sections, "Escales Méninges" et "Place du Marché", remplies d'exercices visant la pratique d'opérations mathématiques mécaniques telles que la simplification de fraction, l'addition de termes algébriques identiques et estimation de réponses. Pour conclure un apprentissage, l'auteur suggère de 10 à 40 exercices ou problèmes à résoudre regroupés sous le titre "Jogging". À la fin d'un itinéraire, l'élève est invité à aller plus loin en résolvant des problèmes un peu plus compliqués demandant beaucoup de réflexion et de logique. Pour conclure un itinéraire, la section "Débarcadère" résume la théorie et les habiletés que l'élève devrait mesurer, et l'auteur propose une évaluation d'une quinzaine de problèmes appelé "Passeport".

Contrairement au programme de 1982 qui demandait d'éviter la pédagogie théorie-exercices-applications, Carrousel Mathématique 2 présente un manuel conforme à cette pédagogie. Au cours de ce manuel, il n'y a aucune indication qui me laisse croire que l'élève puisse acquérir une méthode de travail. Ce manuel propose également beaucoup de problèmes exposant ainsi l'élève à plusieurs situations de synthèse. Malheureusement, ce n'est pas par une expression verbale ou écrite que l'élève réussit à apprendre, mais plutôt par une exécution d'une grande quantité d'exercices. Cette situation pédagogique peut nous rappeler le conditionnement de certains auteurs des années soixante-dix, car quelques exercices appropriés pourraient facilement remplacer le grand nombre suggéré par l'auteur. Quant à l'utilisation de la calculatrice elle est parfois suggérée par le biais d'un code couleur et pour l'informatique, l'auteur ne propose jamais l'utilisation de cet outil aux élèves.

En ce qui concerne la pédagogie, le manuel Carrousel Mathématique 2 semble s'inspirer de la pédagogie traditionnelle, où par la maïeutique, l'auteur croit faire découvrir les connaissances déclaratives et procédurales nécessaires à l'apprentissage de la mathématique et dont les participants à une leçon acceptent "la relation d'autorité formateur-formé" (Raynal & Rieunier, 1997, p.277), dont le formateur peut facilement être le manuel scolaire comme dans ce cas-ci. De plus, l'auteur semble croire que l'exposition à des exemples peut être suffisante pour apprendre certaines notions mathématiques. D'ailleurs, cette exposition à des exemples suggère une certaine influence des auteurs par une pédagogie plutôt associationniste, car une "pédagogie inspirée de cette théorie se soucie essentiellement de renforcer les liens associatifs par l'exercice et la mécanisation" (De Landsheere, 1992, p.44). Le rôle de l'enseignant est quasi essentiel à l'utilisation de ce manuel, car le manuel ne fournit aucune réponse permettant à l'élève de s'autoévaluer et ainsi développer une certaine autonomie.

2.4.5 **Scénarios 2; Auteurs : Sylvio Guay & Steeve Lemay**

Scénarios 2 est le seul manuel en un volume qui regroupe tous les objectifs du programme du MÉQ de deuxième secondaire. Comme l'indique le titre, l'ensemble du manuel est basé sur le concept de scénario. Autrement dit, les sujets mathématiques sont abordés à partir d'une mise en situation. D'ailleurs, il est courant pour ce manuel de couvrir plus d'un sujet mathématique dans le même scénario. Il est important de constater que le manuel Scénarios 2 est divisé en deux parties. La première partie, qui forme environ le quart du manuel, regroupe 8 scénarios. La seconde partie est composée de la théorie qui est regroupée selon les thèmes mathématiques. Un scénario débute toujours par un prétest dont on trouve le corrigé à la fin du manuel, et chaque numéro est associé à la page du manuel qui aide à résoudre cette question. L'objectif du prétest est d'évaluer les connaissances déjà acquises par l'élève et de mettre l'emphase sur les numéros du prétest qui n'ont pas été réussis. Étant donné que l'élève a fait le prétest et qu'il connaît les numéros qu'il n'a pas réussis, il doit étudier les pages de la deuxième partie qui couvrent les connaissances qui seront nécessaires à la poursuite du scénario. Supposons qu'il n'a pas réussi à réduire une expression algébrique, alors l'élève doit examiner les pages du manuel qui concernent la théorie des expressions algébriques. À ces pages, les auteurs présentent le ou les objectifs du programme. Tout d'abord, les auteurs donnent le vocabulaire nécessaire à la compréhension d'une expression algébrique tel qu'une variable, un coefficient et un terme constant. Par la suite, il explique ce qu'ils viennent de dire en proposant trois exemples d'addition de termes algébriques. Pour s'assurer que l'élève comprend, le manuel suggère à l'élève de faire quatre problèmes écrits et 6 exercices dont les réponses sont à la fin du manuel. Par la suite, le manuel présente la soustraction, la multiplication et la division de termes algébriques de la même façon. Pour conclure cette section des opérations sur des termes algébriques, le manuel propose quelques exercices synthèses et problèmes écrits utilisant un mélange d'opérations. Si l'élève peut faire toutes les questions du prétest sans difficultés, il peut débuter le scénario. Un scénario est habituellement composé de 4 à 7 situations problèmes. Une situation problème est un problème écrit utilisant un thème, tel que le sport, le parc d'attraction, les jeux vidéos, etc, accompagné de questions à résoudre. De plus, chaque sujet mathématique qui est abordé dans une situation problème est également plus élaboré dans la deuxième section du livre concernant la théorie. Suite à ces situations problèmes où l'élève a utilisé les connaissances acquises au cours du prétest et des scénarios précédents, tout en consultant la deuxième section du manuel sur la théorie, l'élève est invité à terminer le scénario en faisant une auto-évaluation dont les réponses se retrouvent également à la fin du manuel. De plus, lorsque l'élève a parcouru tous les objectifs du programme concernant un sujet mathématique dans la deuxième section consacrée à la théorie, il y retrouve une autre auto-évaluation qu'il peut également corriger par lui-même grâce aux réponses qui sont à la fin du livre.

L'utilisation de ce manuel peut se faire soit dans le cadre d'une pédagogie de la maîtrise ou dans celle d'une pédagogie de la découverte. Concernant la pédagogie de la maîtrise, le manuel nous propose des définitions précises quant aux objectifs à atteindre et une bonne identification des prérequis vue à travers une évaluation appelée "Prétest". De plus, la référence à des sections du livre, pour confirmer les notions à savoir, permet à tous les élèves d'être au même niveau avant de débuter un scénario. Concernant l'évaluation formative, l'élève peut s'autoévaluer une première fois lorsqu'il a terminé de parcourir une nouvelle notion mathématique et cette évaluation le réfère à des activités de remédiation précise à chacune des questions manquées. Par la suite, l'élève est invité à s'autoévaluer d'une façon plus globale à la fin d'un scénario. Voilà ce qui correspond aux principes de la pédagogie de la maîtrise. Pour l'enseignant qui préférerait la pédagogie de la découverte, il n'aurait qu'à suivre les scénarios sans nécessairement se référer au contenu théorique prévu dans la deuxième section du manuel. En procédant de cette façon, l'enseignant "cherche à faire découvrir (ou redécouvrir) par l'élève, les faits, les concepts, les règles, les lois, les principes ... qu'il se propose d'enseigner". (Raynal & Rieunier, 1997, p.270) Si vous croyez, comme Jerome Bruner, que si "the structure of a discipline is properly developed any idea or problem or body of knowledge can be represented in a form simple enough so that any particular learner can understand it in a recognizable form" (Winzer & Grigg, 1992, p.354), et que vous pensez que les scénarios représentent bien cette pensée, alors la conception de la pédagogie de la découverte à tout son sens pour ce manuel, et est apparentée à la méthode pédagogique en spirale.

CHAPITRE III

ANALYSES DIDACTIQUES

3.1 Analyse didactique du concept de fonction à travers différents manuels scolaires

Cette section de ma thèse sera consacrée à l'évolution didactique d'un concept mathématique. Le concept qui sera abordé est celui de la fonction. À priori, je vais présenter chacune des définitions de ce concept telle qu'elle est présentée par les manuels scolaires au cours des deux derniers curriculums, c'est-à-dire pour les quinze dernières années. Je vais présenter les définitions respectives de chacun des manuels et par la suite, commenter la façon dont l'auteur présente le concept ainsi que la définition de fonction à l'élève. Étant donné que je partage l'opinion de Sierpinska qui suggère que "any evaluation of a teaching design supposed to promote understanding of functions in students has to be based on a framework that is external to it" (1992, p.25), je vais comparer les différents manuels de façon à faire ressortir la compréhension du concept de fonction que ces manuels peuvent suggérer. Cette comparaison se fondera plus spécifiquement sur un modèle constructiviste de la compréhension explicitée par Nicolas Herscovics et Jacques C. Bergeron.

3.1.1 La fonction selon Mathophilie; sous la direction de Louise Lafortune

La première définition est celle de Mathophilie et qui se lit comme suit:

> "a) une fonction est une association entre des objets (une relation);
> b) elle est composée de deux ensembles: l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée;
> c) à chaque élément de l'ensemble de départ correspond au plus un élément de l'ensemble d'arrivée."
>
> (Lafortune, 1997, p.87)

Le manuel Mathophilie, écrit sous la direction de Louise Lafortune, propose une définition sous une forme plutôt télégraphique mettant en évidence les caractéristiques d'une fonction. Tout d'abord, Mathophilie précise que les relations vues précédemment ainsi que les relations qui seront approfondies seront toutes des fonctions. Mathophilie présente le concept de fonction à l'aide de deux exemples. La première situation regroupe des questions sur le problème suivant: "[u]n facteur livre du courrier. Il a devant lui des boîtes aux lettres. Chaque boîte correspond à un numéro civique associé à une maison" (Lafortune, 1997, p.86). De cette situation, Mathophilie veut introduire le concept d'association. La deuxième situation qui est un peu plus mathématique consiste en un diagramme sagittal dans lequel chaque lettre d'un ensemble de départ rejoint uniquement une lettre de l'ensemble d'arrivée. Suite à ces exemples, Mathophilie précise que "[c]hacune de ces deux situations représentait une association entre des objets et ce genre d'association est appelé fonction" (Lafortune, 1997, p.86) La présentation de ces deux exemples illustre bien la relation qui peut y avoir entre deux ensembles. Cependant, l'exemple du facteur peut prêter à confusion pour certains élèves lorsqu'on lui demande s'il est possible de "mettre la même lettre dans plusieurs boîtes aux lettres à la fois"

(Lafortune, 1997, p.86). Un élève peut être très conscient de l'impossibilité physique de ce geste, malgré qu'une lettre publicitaire sans adresse précise pourrait être insérée dans n'importe quelles boîtes aux lettres sans être dans l'erreur. Par conséquent, ce type de lettre qui est un élément de l'ensemble de départ pourrait se retrouver dans deux boîtes aux lettres qui sont des éléments de l'ensemble d'arrivée. Ce qui est mathématiquement incorrecte. Cette confusion peut stimuler l'intérêt de l'apprenant et ainsi créer un besoin de savoir et de préciser le concept de fonction. La situation du facteur nous démontre qu'il y a des associations qui sont impossibles, mais utilise seulement le bon sens pour les réfuter, alors que le manuel aurait pu être plus explicite quant aux raisons éliminant ces situations de la définition de fonction. La deuxième situation utilise le concept du graphe sagittal qui est défini après son explication, alors qu'un retour sur ce concept mathématique aurait facilité son utilisation. Ce qui n'est pas surprenant pour un manuel scolaire est que suite à ces deux situations, l'élève semble, aux yeux des concepteurs de manuel, suffisamment connaissant sur le sujet pour accepter une définition. D'ailleurs, c'est à ce moment que Mathophilie nous donne la définition d'une fonction, qui fut citée auparavant.

3.1.2 La fonction selon Scénario; Auteurs: Sylvio Guay & Steeve Lemay

La seconde définition est celle du duo Sylvio Guay et Steeve Lemay et qui dit qu'une fonction est "une relation qui fait correspondre à chaque valeur de la variable indépendante une ou aucune valeur de la variable dépendante." (1996, p.6) Pour présenter l'idée de fonction, les auteurs proposent la situation problème suivante: "[u]n prisme droit à bases carrées a un volume de 72 cm^3. On observe la mesure de sa hauteur lorsqu'on fait varier l'aire de sa base" (Guay & Lemay, 1996, p.5). De cette situation les auteurs invitent l'apprenant à faire une table de valeurs, une équation et un graphique dont le sujet est le périmètre d'un rectangle qui ne change pas, avec des dimensions qui varient. D'ailleurs ces notions mathématiques, que sont: la table de valeurs, l'équation et le graphique, sont tous des concepts qui auraient dû être maîtrisés lors des situations d'apprentissages précédentes. Suite à cet exercice, les auteurs proposent à l'utilisateur de leur manuel la définition précédemment mentionnée utilisant le concept de variable dépendante et indépendante qui furent également parties d'apprentissage vu auparavant. Étant donné que la situation problème ainsi que la définition font appel à des notions mathématiques qui ne sont pas récentes, l'apprenant ne devrait pas se sentir perdu face à cette approche. Désirant concrétiser la définition précédente d'une fonction, les auteurs présentent une courte activité où l'élève doit observer la variation entre la hauteur d'un prisme et l'aire de sa base lorsque le volume demeure constant. Suite à ces deux activités, l'élève lit un texte de quelques lignes lui expliquant le concept d'association entre des variables indépendantes et les variables dépendantes respectives. Pour réaliser ces nouveaux apprentissages d'une fonction et d'une association, l'élève se voit proposer trois exercices. Le premier exercice vise la reconnaissance d'une fonction, le deuxième demande à l'élève d'identifier la variable dépendante et indépendante d'une situation tout en la représentant par une équation, une table de valeurs et un graphique cartésien, et le troisième demande à l'apprenant de représenter deux situations par des graphiques cartésiens.

3.1.3 **La fonction selon Réflexions Mathématiques 436; Auteurs: Guy Breton, André Deschênes & Antoine Ledoux**

Partant du concept mathématique de relation, les auteurs disent que "[i]l est fréquent d'établir une relation entre les éléments de deux ensembles. Si cette relation associe à chaque élément de l'ensemble de départ au plus un élément de l'ensemble d'arrivée, cette relation est qualifiée de fonctionnelle" (1996, p.3). Pour arriver à cette définition, les auteurs présentent deux activités dont le sujet est la relation. La première activité consiste en la relation qui existe entre le nom des personnes et de leur image et se lit comme suit:

> "[s]ouvent, on rencontre dans une classe deux élèves qui ont des noms identiques. Dans tout le pays, il y a probablement plusieurs personnes portant le même nom que toi. Heureusement, vous vous distinguez par votre apparence et par votre personnalité. En comparant un ensemble de noms avec un ensemble de personnes, on établit une relation entre les éléments de ces deux ensembles"
>
> (Breton et al, 1996, p.2).

Dans cet exemple, les auteurs montrent qu'il peut y avoir plus d'une personne qui peut avoir le même nom et que, par conséquent, cette relation n'est pas fonctionnelle. Suite à cette activité, les auteurs proposent une seconde activité où ils mettent en relation des numéros d'assurance sociale et des personnes. Étant donné la différence entre ces deux relations dont l'une a plusieurs associations possible pour un même nom alors que l'autre associe qu'un seul nom pour un numéro d'assurance sociale, les auteurs proposent leur définition d'une fonction.

3.1.4 La fonction selon Mathématique Soleil; sous la direction de Madeleine Drolet & Hélène Rochette

Madeleine Drolet et Hélène Rochette définissent dans leur manuel Mathématique Soleil 4 le concept de fonction comme suit : "[u]ne fonction f est une relation qui fait correspondre à chaque x utilisé dans A (l'ensemble de départ) au plus un élément de B (l'ensemble d'arrivée)." (1985, p.301) Précédant cette définition, l'élève retrouve une longue mise en situation dont l'apothéose est la définition d'une fonction. Par la suite, les auteures proposent plusieurs façons de représenter une fonction. Parmi ces représentations, on y retrouve l'écriture en extension ou en compréhension, la représentation par un graphique sagittal, un graphique cartésien ou une matrice. Les auteures concluent leur présentation d'une fonction par sept exercices visant à reconnaître une fonction ainsi qu'à pratiquer les différentes formes d'écriture et de représentation d'une fonction.

3.1.5 La fonction selon BMS 4; Auteurs : Guy Breton, Jean-Guy Smith, Paul Patenaude & Réal Perron

En 1985, Guy Breton et al. proposaient dans son manuel BMS 4 le concept de fonction comme étant "[t]oute situation présentant deux variables en relation telle qu'à chaque valeur de la variable indépendante correspond au plus une valeur de la variable dépendante" (p.9). Pour amener l'élève à cette définition, les auteurs proposent deux situations problèmes qui sont illustrées par des plans cartésiens. La première situation est l'analyse de la trajectoire d'une balle frappée. À l'aide du graphique, les auteurs introduisent à l'apprenant le concept de variable en associant l'axe des abscisses au temps et l'axe des ordonnées à la hauteur de la balle. La deuxième situation est également représentée dans un plan cartésien et illustre la hauteur d'un avion selon le temps calculé depuis son départ. De nouveau, les auteurs associent les axes du plan cartésien aux deux éléments importants de cette situation qui sont l'altitude et le temps. Après ces deux situations, les auteurs présentent leur définition d'une fonction comme étant "[u]ne relation qui, a chacune des valeurs données d'une première variable, associe au plus une valeur d'une seconde variable, s'appelle une fonction" (Breton et al, 1985, p.6). Par la suite, les auteurs proposent deux autres situations pour donner une autre définition au terme fonction qui est celle citée au début de ce paragraphe. Suite à ce petit cheminement didactique, les auteurs proposent cinq exercices dont l'objectif est l'analyse de situations illustrées par un plan cartésien dans le but de déterminer si elles sont des fonctions.

3.2 Analyse didactique selon un modèle de compréhension de Nicolas Herscovics et Jacques C. Bergeron

Comme il fut mentionné au début de cette section, l'analyse de ces présentations didactiques du concept de fonction doit sortir du cadre de la définition pour s'attarder au processus qui favorise l'apprentissage de ce concept. Il est possible de créer ou adapter un modèle de compréhension qui pourrait me servir à évaluer les manuels mentionnés précédemment. Étant donné que mon analyse pédagogique tend à démontrer que les auteurs de manuels scolaires semblent favoriser une pédagogie de la maîtrise provenant d'une pensée psychologique béhavioriste de l'apprentissage, je vais référer mon analyse didactique à un modèle apparenté au constructivisme qui est, pour l'instant, la pensée psychologique de l'apprentissage la plus actuelle. Ce modèle constructiviste de la compréhension se compose de quatre étapes : l'intuition, la compréhension procédurale, l'abstraction et la formalisation. Bien qu'il est possible que la compréhension d'un concept déroge du cheminement de Herscovics et Bergeron, "[l]e plus souvent, cependant, la démarche se déroule selon l'ordre indiqué." (Dionne, 1994, p.38) Donc, l'analyse des manuels se fera à travers la question suivante : Est-ce que la présentation didactique du concept de fonction rencontre les quatre étapes du modèle contructiviste de Herscovics et Bergeron?.

3.2.1 L'intuition

L'intuition peut être perçue par l'enseignant lorsque l'élève dit "j'ai déjà vu ça". Autrement dit, l'intuition fait appel à des connaissances sensorielles, et avec le temps peut également inclure des connaissances acquises au cours d'activités antérieures. Dans le modèle constructiviste, l'intuition fait appel à du déjà vu, entendu, manipulé et on pourrait également étendre le concept de l'intuition de ce modèle à du déjà partiellement appris. Par conséquent, "la compréhension intuitive d'une notion se manifeste par des connaissances informelles, souvent rattachées à des pré-concepts; elle résulte d'une forme de pensée essentiellement sur la perception sensorielle, le plus souvent visuelle, et ne fournit que des approximations non numériques grossières" (Dionne, 1994, p.38). Pour le concept de fonction, l'intuition de l'élève se résume à ses connaissances du terme français du mot fonction. L'élève peut habituellement faire référence à des situations, où un geste qu'il a fait, était en fonction d'un autre. Il s'amusera également à associer ce mot à quelque chose qui fonctionne, qui "marche". Étant donné que le concept mathématique d'une fonction ne fait pas intuitivement appel à des notions de relations ou d'associations, il est important de rafraîchir la mémoire de l'élève quant à ces notions, car elles peuvent être grandement utiles pour introduire ce concept. D'ailleurs, ce rappel est une façon de forcer l'intuition qui est essentielle pour le fondement de la compréhension de ce concept. Cependant, il faut être prudent quant à l'origine du rafraîchissement des notions antérieures. Il est possible que ce rappel des notion antérieures fasse partie d'un processus pédagogique associé à la notion de continuité de Jerome Bruner où "[f]ace à des données toujours nouvelles, l'esprit élabore des notions, des concepts qui sont à la fois toujours les mêmes et toujours différents parce que saisis à des niveaux de maîtrise supérieurs" (DeLandsheere, 1992, p.51). Par conséquent, une telle approche pédagogique rend conséquent ce qui était une intuition, et amenuise ainsi l'importance du besoin de savoir de l'apprenant.

Parmi les manuels que nous avons présentés, quelques uns forcent l'intuition. Par exemple, le manuel Scénarios utilise des concepts mathématiques qui furent utilisés antérieurement. Ces concepts tels que variables dépendantes et indépendantes, table de valeurs, graphique cartésien et équation furent tous reliés à la notion de relation. De plus, on peut remarquer que ces modes de représentation d'une relation font autant appel à la visualisation, à la manipulation arithmétique que la logique. Il y a bien des façons de forcer l'intuition. Le manuel Réflexions Mathématiques utilise une mise en situation très proche de la réalité des élèves pour diriger l'intuition de l'élève vers le concept de fonction. À l'aide de deux exemples, l'auteur de ce manuel illustre ce que peut être une fonction, et ce qui ne peut pas être une fonction. De plus, il précise la raison qui justifie le type de relation qui peut être une fonction et celle qui ne peut pas être une fonction. Contrairement à Réflexions Mathématiques, Mathophilie ne motive pas immédiatement la raison pour laquelle telle relation est une fonction et que l'autre de ne l'est pas. Il est possible que l'auteure crée ainsi un besoin chez l'apprenant, car il n'a rien de définitif devant lui. Par conséquent, l'encadrement de la structure de pensée qu'utilise Réflexions Mathématiques sécurise davantage l'élève dans son intuition, alors que Mathophilie laisse l'élève seul avec son intuition en ne justifiant pas les raisons qui font qu'un exemple peut être une fonction et que l'autre ne peut pas l'être. BMS va également forcer l'intuition de l'élève en utilisant des connaissances antérieures. L'intuition que favorise BMS est centrée sur les habiletés logiques et visuelles. Pour introduire l'élève à la notion de fonction, on y propose une activité utilisant les coordonnées d'un plan cartésien. À partir du concept de coordonnées et de quelques illustrations de relation située dans un plan cartésien, BMS entraîne l'intuition de l'élève vers des notions mathématiques antérieures. Quant au dernier manuel de cette analyse, Mathématique Soleil, l'intuition de l'élève est sollicitée par une mise en situation très littérale où les connaissances informelles sont très peu présentes et la visualisation est plutôt difficile.

3.2.2 **La compréhension procédurale**

La compréhension procédurale est définie généralement par "l'acquisition de procédures que l'enfant peut relier à ses connaissances intuitives et utiliser de façon appropriée" (Dionne, 1994, p.40). Ce que nous devons retenir de cette étape dans le processus de la compréhension de la notion de fonction est que l'élève doit dépasser son intuition. La notion de relation qui fut utilisée pour introduire le concept de fonction devrait paraître insuffisante à l'élève pour définir une fonction. Comme il fut mentionné auparavant, le manuel Mathophilie tarde dans son cheminement à différencier le terme "relation" de celui de fonction. Ce manuel doit ajouter des exercices et apporter des clarifications à sa définition qui semble avoir été présentée alors que l'élève n'avait pas suffisamment d'éléments pour l'apprivoiser. De plus, l'élève doit attendre la complétion de dix exercices et trois exemples pour se faire suggérer par le manuel la différence entre une relation et une fonction. Bien qu'il ne soit pas essentiel de discriminer ces deux concepts mathématiques pour manipuler la notion de fonction, il apparaît néanmoins approprié de différencier ces deux concepts de façon à confirmer les connaissances antérieures d'une relation, et surtout clarifier les nouvelles acquisitions du concept de fonction. La discrimination entre les deux notions mathématiques, que sont une relation et une fonction, est relativement importante. Cette importance est perceptible dans le manuel Réflexions Mathématiques. D'ailleurs, ce manuel Réflexions Mathématiques propose à l'élève une mise en situation impliquant une relation et précise la raison pour laquelle elle "ne peut pas être qualifiée de fonctionnelle" (Breton et al, 1996, p.2). Immédiatement après cette mise en situation, ce manuel propose une seconde mise en situation qui est cette fois-ci fonctionnelle. Suite à ces mises en situation, l'élève devrait être en mesure de discriminer ces deux concepts.

L'approche que suggère le manuel Scénario est quelque peu différente des deux autres précédentes. Le manuel Scénario utilise pour introduire la notion de fonction une mise en situation qui n'est pas conceptuellement étrangère à l'élève. Cet exemple est une relation entre la hauteur d'un prisme et l'aire de la base de ce prisme lorsque le volume demeure constant. Contrairement à Réflexions Mathématiques qui compare la notion de relation à celle de fonction, Scénario utilise le concept de relation et le raffine pour obtenir le concept de fonction. Donc, le manuel Scénario s'avère plus complet que Réflexions Mathématiques en suggérant indirectement une procédure à la compréhension du concept de fonction. Autrement dit, Scénario dit qu'une relation peut devenir une fonction et ainsi prend en compte la définition mathématique d'une fonction qui est une sous-catégorie d'une relation.

Concernant le curriculum précédent, l'approche didactique qu'utilise le manuel BMS est très visuelle. Elle consiste en une série d'observations que l'élève doit effectuer à partir de plusieurs mises en situation représentées sur un plan cartésien. Basée sur l'unicité relationnelle entre les deux variables d'une même situation, le manuel BMS cherche à faire reconnaître par l'élève le critère qui différencie ce qu'est une fonction et ce qui n'est pas une fonction. Malheureusement, ce manuel ne donne que des mises en situation qui sont fonctionnelles, et ne peut ainsi consolider ces observations par des exemples non fonctionnels. Avec l'unique mise en situation que propose le manuel Mathématique Soleil, il est difficile d'y retrouver une certaine compréhension procédurale. Pour présenter le concept de fonction, l'auteur introduit une relation à l'aide d'une formule mathématique inexpliquée. Le concept de relation y est présent sans en connaître l'origine ou l'utilité d'y faire référence. Quant à la théorie, elle y est tout simplement dictée. Jusqu'à maintenant, ce manuel est loin d'avoir une approche didactique favorisant une certaine compréhension du concept de fonction.

3.2.3 L'abstraction

L'abstraction du modèle de Herscovics et Bergeron est la troisième étape du processus de compréhension. Cette étape doit amener l'élève à faire plus que procéder ou discriminer. L'élève est rendu au point où si sa connaissance du terme fonction commence à être claire, il devrait être en mesure d'extrapoler ses acquis vers des applications confirmant celles-ci. Dionne précise que "l'abstraction a trait: soit à la construction d'invariants par rapport à des transformations spatio-temporelles, soit à la réversibilité des actions physiques ou mentales ..., soit à la composition des transformations ... et opérations, soit à la généralisation (1994, p.41). Suite à la définition et aux exercices accompagnant le concept de fonction, Mathophilie propose d'intéressants exemples favorisant l'abstraction chez l'apprenant. Étant donné que l'élève avait parcouru quelques types de relations avant d'étudier la notion de fonction, le manuel Mathophilie confirme les relations apprises qui peuvent être appelées fonction. Cette extrapolation entre les différentes relations et le concept de fonction permet d'atteindre le raffinement de la notion de relation que le manuel Scénario avait déjà atteint à l'étape précédente du processus de compréhension. Quant au manuel Réflexions Mathématiques, l'utilisation de la notion mathématique concernant la dépendance entre des variables est le pivot de l'abstraction pour la notion de fonction. C'est à partir de ce lien que Réflexions Mathématiques généralise le concept de fonction vers des notions antérieures telles que le graphique cartésien. En ce qui concerne Scénario, l'élève est déjà dans un processus de compréhension et on pourrait également dire que c'est le début du processus d'abstraction, comme pour les deux manuels précédents, avec l'ajout de connaissances antérieures déjà mentionnées, soient le graphique cartésien, la table de valeurs, l'équation, le domaine et l'image.

Les deux manuels concernant le curriculum des années quatre-vingt, proposent deux approches didactiques très différentes quant à l'abstraction du concept de fonction. L'approche de BMS ressemble beaucoup à celle des années quatre-vingt-dix. Pour favoriser l'abstraction, BMS utilise la représentation graphique. À partir de plusieurs types de relations différentes, BMS réussit à différencier la notion de relation et de fonction, et se limite à ce type de représentation alors qu'il aurait pu utiliser des tables de valeurs ou bien des équations. L'approche du manuel Mathématique Soleil est très théorique et empiète sur l'étape de la formalisation. Étant donné que Mathématique Soleil est beaucoup plus théorique et symbolique dans son approche, il est très difficile de savoir si l'utilisation de différents modèles de notation mathématique peut servir à abstraire le concept de fonction. Car, immédiatement après la mise en situation, Mathématique Soleil propose la notation symbolique d'une fonction suivie de quatre autres façons de la décrire. Ce qui pourrait être perçu comme une façon d'abstraire la notation symbolique, mais pas nécessairement le concept de fonction. Cette situation complique l'acquisition du concept de fonction, car non seulement l'élève n'est pas familiarisé avec la notion de fonction, mais de plus on lui suggère d'autres formes de notations qui ne facilitaient pas nécessairement la compréhension de ce qu'est une fonction.

3.2.4 **La formalisation.**

La quatrième étape du modèle de compréhension est la formalisation. La signification que je retiens de Dionne concernant la formalisation est "celle de confiner une notion mathématique dans une définition formelle, celle d'utiliser une symbolisation de notions pour lesquelles une certaine compréhension procédurale ou un certain degré d'abstraction existent déjà" (1994, p.42). Cette étape est importante dans la mesure où elle n'est pas la première étape du processus de compréhension, car une formalisation sans contenu appris ne peut que mener l'élève à mémoriser les connaissances. Incidemment, un modèle de compréhension procédant ainsi serait plus près d'un modèle conditionnant que d'un modèle constructiviste. De plus, les étapes du modèle constructiviste mentionnées auparavant n'aurait tout simplement plus le même effet sur la compréhension de la notion de fonction. Les cinq manuels utilisés pour cette analyse démontrent tous un certain niveau de formalisation. Bien que Mathophilie suggère une définition, il ne propose pas de symbolisme mathématique particulier au concept de fonction. Comme pour Mathophilie qui utilise le symbolisme de graphe sagittal, Réflexions Mathématiques emploie en plus les équations pour représenter certaines fonctions. Réflexions Mathématiques accompagne également ses mises en situation par une définition. Scénario propose, pour formaliser le concept de fonction, une notation qui permet d'identifier l'ensemble de départ et d'arrivée ainsi que la règle de correspondance. Un exemple de symbolisme mathématique que le manuel utilise est le suivant:

$$\begin{aligned} f:\ & \mathrm{R} \rightarrow \mathrm{R} \\ & \mathrm{x} \mapsto 2\mathrm{x} \end{aligned}$$

En ce qui concerne les manuels du plus récent curriculum, Scénario est le seul manuel à offrir un symbolisme mathématique pour représenter le concept de fonction.

Pour le curriculum des années quatre-vingt, le manuel BMS ne propose qu'une définition à la suite des mises en situation. Il faut attendre quelques pages plus tard pour voir apparaître le concept de notation fonctionnelle. Quant au manuel Mathématique Soleil, il débute immédiatement après une simple mise en situation par une définition et une représentation symbolique semblable à Scénario. De plus, il élabore le concept de fonction par l'intermédiaire d'autres représentations symboliques telles qu'une écriture en extension, un graphique sagittal, un graphique cartésien, une matrice ou une écriture en compréhension.

Est-ce que la présentation didactique du concept de fonction rencontre les quatre étapes du modèle contructiviste de Herscovics et Bergeron? Pour répondre à cette question, je vous propose le tableau suivant:

Modèle constructiviste de la compréhension				
Manuel Scolaire	**Intuition**	**Compréhension procédurale**	**Abstraction**	**Formalisation**
Mathophilie	oui	oui	oui	+/-
Scénario	oui	oui	+/-	oui
Réflexions	oui	non	+/-	non
Mathématique Soleil	non	non	non	oui
BMS	oui	non	+/-	non

Suite à cette analyse didactique, les manuels Mathophilie et Scénario semblent s'inspirer d'une pensée psychologique de l'apprentissage apparentée au constructivisme. D'une pédagogie intuitive, Mathophilie essaie de créer un besoin chez l'apprenant: le besoin de savoir la différence entre une relation et une fonction, le besoin de résoudre des exercices sans trop savoir où on s'en va, et le besoin de généraliser pour comprendre ce que nous avons fait dans les exercices précédents. Ce qui caractérise cette approche pédagogique, c'est de permettre à l'élève de construire sa définition de fonction lors d'exercices effetués.

Quant à Scénario, l'inspiration psychologique de l'apprentissage de ce manuel prend sa source dans l'idée de continuité initiée par Bruner, et qui est souvent reprise sous le titre de pédagogie en spirale. L'avantage de cette pédagogie est qu'elle peut être beaucoup plus sécurisante que celle employée par Mathophilie, car l'apprenant devrait construire à partir de connaissances déjà acquises. L'inconvénient est qu'il peut paraître facile de tomber dans le piège du conditionnement en encadrant le rythme d'apprentissage de l'élève et ainsi utiliser une approche béhavioriste. Concernant les trois autres manuels scolaires analysés, la pédagogie de la maîtrise semble omniprésente autant par une structure exemples-théorie-exercices que par la centration sur la notion de fonction plutôt que sur l'apprentissage par l'élève. De plus, on peut également remarquer le peu de latitude à la découverte et à la réflexion en ayant constamment des réponses ou des suggestions à la façon de procéder.

CHAPITRE IV

CONCLUSION

4.1 Rétrospective de la recherche

Suite à l'aperçu de plusieurs manuels scolaires qui furent utilisés sur une période de vingt ans, cet exposé met en évidence le fait que la totalité de ces manuels se sont inspirés du contenu taxonomique des curriculums. Bien que l'évolution des curriculums pour l'enseignement de la mathématique au Québec semble avoir progressé dans le respect du développement de la psychologie de l'apprentissage en ce qui concerne la structure et le style d'un curriculum, ils ont malgré tout gardé au fil des années une forte influence taxonomique pour présenter les connaissances, connaissances procédurales et les connaissances déclaratives. La structure des curriculums de la mathématique au secondaire est partie de peu d'information pédagogique et didactique pour atteindre une présentation pédagogique impartiale quant au choix de celle-ci, et une didactique beaucoup plus holitisque quant au style de présentation. En ce qui concerne les buts, il y eut un virage quant à la priorité retrouvée dans les curriculums. Initialement, on s'attardait à l'acquisition de connaissances mathématiques, alors que maintenant, le curriculum s'intéresse à un développement global de l'apprenant dont la mathématique joue un rôle permettant ce développement.

Parmi les manuels scolaires que j'ai analysés, on peut remarquer que certains se sont inspirés de pédagogies ayant pris leurs origines à travers des concepts psychologiques ne tenant pas nécessairement compte de l'apprenant. Que ce soit la collection de manuels BMS ou Mathématique Soleil, ou plus récemment, les manuels Univers Mathématiques 2, Croisières Mathématiques 2, Carrousel Mathématique 2 et Réflexions Mathématiques, tous ces manuels ont orienté leurs pédagogies autour de la présentation taxonomique et incidemment de la mathématique sans tenir nécessairement compte de l'élève. Quant aux manuels scolaires Mathophilie, Les Maths et la Vie 2 ainsi que la collection Scénarios, l'utilisateur peut remarquer que l'apprenant est le centre d'intérêt. La didactique de la mathématique est également influencée dans les manuels scolaires par les références pédagogiques auxquelles ils s'associent. Voilà pourquoi un sujet mathématique très élaboré et très circonscrit peut être présenté sans qu'il semble facile dans un manuel alors qu'il apparaît très facile dans un autre. À plusieurs reprises, des élèves m'ont affirmé qu'ils préféraient un manuel à un autre, car il semblait rendre la mathématique plus accessible. L'approche pédagogique d'un manuel scolaire est la fondation psychologique de l'apprentissage et surtout le premier outil de l'enseignant.

4.2 Conclusion et recommandations

L'enseignement de la mathématique ne s'improvise pas. Cette thèse a illustré l'importance que le curriculum et les manuels scolaires qui s'y rattachent peuvent avoir sur l'acte d'enseigner. Bien qu'un enseignant se doit de diminuer l'influence pédagogique de ces références, seule l'expérience lui aura donné le temps ainsi que l'expertise nécessaire pour utiliser une pédagogie adéquate à une situation didactique. L'ensemble des références mentionne que l'action de l'élève est indispensable à l'apprentissage, et l'utilisation d'un manuel scolaire devrait se faire dans cette optique pour que le manuel soit un outil favorisant l'action de l'apprenant. Malheureusement, trop peu de manuels scolaires analysés favorisent un apprentissage actif. De ce fait, le rôle de l'enseignant est de choisir des activités mathématiques qui amènent l'élève à être actif dans ses réflexions sur les notions étudiées. En ce qui concerne les curriculums, ils ont bel et bien suivi l'évolution du développement des psychologies de l'apprentissage ainsi que des pédagogies respectives. Cependant, ces curriculums sont surtout perçus par le corps professoral et les auteurs de manuels scolaires comme étant une liste d'objectifs assujettissant la didactique qu'ils utiliseront. Par exemple, on ne retrouve pas, dans tous les manuels scolaires, la suggestion du MÉQ de diversifier les approches pédagogiques. Conséquemment, il devenait facile d'associer une certaine approche pédagogique à chacun des manuels analysés.

Bien que le curriculum que nous utilisons a vu ses débuts en 1994, nous devons nous attendre à un changement pour très bientôt, changement qui débutera l'an prochain pour le premier cycle du primaire. Ce qui ressort de cette évolution est la modification du terme "habileté" que l'on retrouve dans les objectifs par le terme de "compétence". D'ailleurs, l'utilisation du terme de compétence renforce l'intérêt manifeste que le MÉQ porte pour l'action de l'élève dans son apprentissage. Le terme compétence se définit comme étant une "habileté acquise, grâce à l'assimilation de connaissances pertinentes et à l'expérience, et qui consiste à circonscrire et à résoudre des problèmes spécifiques (Legendre, 1993, p.223). De plus, le regroupement par cycle des objets à enseigner, tel qu'il est proposé pour les années à venir, ouvrira la porte de nouveau à l'utilisation d'approches pédagogiques diversifiées. Comme le mentionne Tardif, "[i]nscrire les programmes d'études dans un axe de compétences demande une forte différenciation pédagogique de la part des enseignantes et des enseignants" (2000, p.20). L'approche par compétences qui se présentera aux enseignants et enseignantes de la mathématique est seulement un des nombreux défis qui attend les enseignant pour les 30 prochaines années. Il est temps que les enseignants se familiarisent à l'utilisation de différentes pédagogies, car l'environnement de la classe qui s'informatise peu à peu, la complexité sociale dans laquelle vivent nos enfants, le remaniement périodique du contenu mathématique, l'évolution de la didactique de la mathématique sont tous des facteurs qui permettront un meilleur apprentissage, et surtout rendront obsolètes l'utilisation d'une seule pédagogie.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Assouline, J., Buzaglo, C. & Buzaglo, G. (1994). *Univers Mathématique 2, Module A*. Montréal: Lidec.

Bauersfeld, H. (1995). The Structuring of the Structures: Development and Function of Mathematizing as a Social Practice. Dans L. P. Steffe & J. Gale, *Constrcutivism in Education*, pp 137-158. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Bélanger, N., Gauthier, C. & Tardif, M. (1993). *Évolution des Programmes de Mathématiques de 1861 à nos Jours*. Québec: Les Cahiers du LABRAPS, volume 12.

Bednarz, N. (1990). L'enseignement des mathématiques et le Québec de l'an 2000. Dans R. Palascio, *Mathématiquement Vôtre: Défis et Perspectives pour l'Enseignement des Mathématiques*, pp 45-83. Ottawa: Éditions Agence d'Arc.

Boaler, J. (1993). The role of contexts in the mathematics classroom: do they make mathematics more "real"?. Dans *For the Learning of Mathematics*, pp12-17. Volume 13, #2. Vancouver.

Bodin, A. & Capponi B. (1996). Junior Secondary School Practices. Dans A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde, *International Handbook of Mathematics Education*, pp 565-614. Pays-Bas: Kluwer Academic Publishers.

Breton, G., Deschênes, A. & Ledoux, A. (1996). *Réflexions Mathématiques, 4e secondaire, Tome 1*. Montréal: Les Éditions CEC, inc.

Breton, G., (1994). *Carrousel Mathématique 2, Tome 1*. Montréal: Centre Éducatif et Culturel, inc.

Breton, G., Smith, J.-G., Patenaude, P. & Perron, R. (1985). *Mathématique au secondaire BMS 4, Module A*. Montréal: Les Éditions HRW Ltée.

Breton, G., Mathieu, P. & Smith, J.-G. (1983). *Mathématique au secondaire BMS 2*. Montréal: les Éditions HRW Ltée.

Brun, J. (1994). Évolution des rapports entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques. Dans M. Artigue & al (eds), *Vingt ans de Didactique des Mathématiques en France*, pp 67-83. France: La Pensée Sauvage.

Cauzinille-Marmèche, E. & Weil-Barais, A. (1989). Quelques causes possibles d'échec en mathématiques et en sciences physiques. Dans *Psychologie Française*, Vol. 4, #34, Décembre 1989, pp 277-283. Paris.

Clark, B., Clarke, D. & Sullivan, P. (1996). The Mathematics Teacher and Curriculum Development. Dans A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde, *International Handbook of Mathematics Education*, pp 1207-1233. Pays-Bas: Kluwer Academic Publishers.

De la Grange, Célestin & Maurer, S. (1994). *Les Maths et la Vie 2, Tome 2*. Montréal: Éditions Brault et Bouthillier.

De Landsheere, V. (1992). *L'éducation et la formation*. France: Presses Universitaires de France.

De Lange, J. (1994). Curriculum Change : an American-Dutch Perspective. Dans D. F. Robitaille, D. H. Wheeler & C. Kieran, Dans *Selected Lectures from the 7th International Congress on Mathematical Education*, pp 229-248. Québec: Les Presses de l'Université Laval.

Dionne, J. (1994). La compréhension en mathématiques. Dans D. Therrien, *La didactique de la mathématique*, pp 31-46. Cap-rouge: Les Presses Inter Universitaires.

Dienes, Z. P. (1966). *Construction des mathématiques*. Paris: Presses Universitaires de France.

Drolet, M. & Rochette, H. (1994). *Croisières Mathématiques 2, Tome 1*. Montréal: Guérin, éditeur Ltée.

Drolet, M. & Rochette, H. (1985). *Mathématique soleil 4*. Montréal: Guérin Éditeur Ltée.

Drolet, M. & Rochette, H. (1983). *Mathématique Soleil 2*. Montréal: Guérin, éditeurs Ltée.

Dubé, L. (1986). *Psychologie de l'apprentissage*. Québec: Les Presses de l'Université Laval.

English, L. D. & Halford, G. S. (1995). *Mathematics Education : Models and Processes*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Filloy, E. & Sutherland, R. (1996). Designing Curricula for Teaching and Learning Algebra. Dans A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde, Dans *International Handbook of Mathematics Education*, pp 139-160. Pays-Bas: Kluwer Academic Publishers.

Flanders, J. R. (1994). Textbooks, Teachers, and the SIMS Test. Dans *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol.25, #3, pp 260-278.

Greer, B. (1989). Cognitive Psychology and Mathematics Education : Convergence, Collaboration, and Challenge. Dans B. Greer & G. Mulhern, *New directions in Mathematics Education*, pp 3-28. New York: Routledge.

Guay, S. & Lemay, S. (1996). *Scénarios 436, Tome 1.* Montréal: Éditions HRW.

Guay, S. et Lemay, S. (1994). *Scénarios 2.* Montréal: Éditions HRW.

Haimes, D. H. (1996). The Implementation of a "Function" Approach to Introductory Algebra: a Case Study of Teacher Cognitions, Teacher Actions, and the Intended Curriculum. Dans *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 27, #5, pp 582-602.

Hammer, P. C. (1977). The Rôle and Nature of Mathematics. Dans D. B. Aichele & R. E. Reys, *Readings in Secondary School Mathematics*, 2e Édition, pp 246-255. Boston: Prindle, Weber et Schmidt.

Huard, C. (1995). *L'école de l'an 2000: un projet à définir maintenant!* GRMS, Envol, #93, Novembre 1995, pp 47-49

Johnson, D. A. & Rising, G. R. (1977). Goals and Objectives of Mathematics Education. Dans D. B. Aichele & R. E. Reys, *Readings in Secondary School Mathematics*, 2e Édition, pp 272-279. Boston: Prindle, Weber et Schmidt.

Katz, J. (1969). *Society, Schools and Progress in Canada.* Toronto: Pergamon Press.

Kilpatrick, J. (1994). Vingt ans de diddactique française depuis les USA. Dans M. Artigue, R. Gras, C. Laborde & P. Tavignot, *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, pp 84-96. France: La Pensée Sauvages, Éditions.

Lafortune, L. (1997). *Mathophilie 416, Tome 1.* Montréal: Guérin Éditeur Ltée.

Lamm, Z. (1976). *Conflicting Theories of Instruction : Conceptual Dimensions.* California: McCutchean Publishing Corporation.

Legendre, R. (1993). *Dictionnaire actuel de l'éducation*, 2e Édition. Montréal: Guérin Éditeurs.

Lemoyne, G. (1996). La recherche en didactique des mathématiques au Québec: rétrospectives et perspectives. Dans *Bulletin AMQ*, Vol. 36, #3, octobre 1996, pp 31-40.

Martineau, R. & Pineau, M. (1994). L'enseignement stratégique, de la théorie à la pratique. Dans *Dimension, C.E.C.M.*, septembre 1994, pp 12-16.

Ministère de l'Éducation (1997). *Réaffirmer l'école : Rapport du Groupe de Travail sur la Réforme du Curriculum.* Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec (1996). *The Estates General on Education 1995-1996 : The State of Education in Québec.* Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec (1994). *Programmes d'études: Mathématique 216 - enseignement secondaire*. Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec (1981). *Programmes d'études: Secondaire, Mathématiques - Premier cycle*. Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec (1974). *Mathémaiique à l'élémentaire - fascicule A - description générale du programme-cadre*, document #16-2300. Québec.

National Council of Teachers of Mathematics (1975). *Overview and Analysis of School Mathematics : Grades K-12.*

Oldham, E. (1989). Is there an International Mathematics Curriculm? Dans B. Greer & G. Mulhern, *New Directions in Mathematics Education*, pp185-224. London: Routledge.

Pallascio, R., Grignon J., Laplante H. & Labrie, J.-M. (1990). Les critères de qualité d'un curriculum mathématique. Dans R. Pallascio, *Mathématiquement Vôtre : Défis et Perspectives pour l'Enseignement des Mathématiques*, pp 155-160. Ottawa: Éditions Agence d'Arc.

Parent, Mgr A.-M. (1964). Commission Royale d'Enquête sur l'Enseignement. Gouvernement du Québec, tome 2.

Perret-Clermont, A.-N. (1980). *Social Interaction and Cognitive Development in Children*. London: Academic Press.

Piaget, J. & Garcia, R. (1989). *Psychogenesis and the history of science*. New York: Columbia University Press.

Polyá, G. (1977). On Learning, Teaching and Learning Teaching. Dans D. B. Aichele & R. E. Reys, *Readings in Secondary School Mathematics*, 2e Édition, pp 327-341. Boston: Prindle, Weber et Schmidt.

Presseisen, B. Z. (1990). Some Possible Answers: Implications for Schooling and Practice. Dans B. Z. Presseisen, R. J. Sternberg, K. W. Fischer, C. C. Knight & R. Feuerstein, *Learning and Thinking Styles: Classroom Interaction*, pp 135-157. Washington: National Education Association Professional Library.

Raynal, F. & Rieunier, A. (1997). Pédagogie: dictionnaire des concepts clés. Paris, ESF Éditeurs.

Robitaille, D. & Dirks, M. (1982). Models for the Mathematics Curriculum. Dans *For the Learning of Mathematics*, vol. 2, #3, mars 1982, pp 3-21.

Ruano-Borbalan, J.-C. (1996). Directeur de la publication. Sciences Humaines, Hors Séries #12, février-Mars 1996.

Schwebel, M. (1986). Facilitating Cognitive Development : Anew Educational Perspective. Dans M. Schwebel, *Facilitating Cognitive Development*, pg 3-21. New York: The Haworth Press.

Sierpinska, Anna (1992). On Understanding the Notion of Function. Dans G. Harel & E. Dubinski, *The concept of function. Aspects of epistemology and pedagogy*. Mathematical Association of America, MAA Notes, Vol. 24, pp 25-58.

Tardif, J. (2000). Les cycles d'apprentissage: une structure puissante, mais contraignante. Dans *Vie Pédagogique*, No 114, pp 17-21.

Winzer, M. & Grigg, N. (1992). *Educational Psychology in the Canadian Classroom*. Ontario: Prentice-Hall Canada.

ANNEXE

DOCUMENT NON OFFICIEL

MATHEMATIQUE

PROGRAMME MODERNE

POUR LES CLASSES DE

SECONDAIRE 1 et DE SECONDAIRE 2

Ministère de l'Education

Division de la Mathématique

Québec, avril 1968.

T A B L E   D E S   M A T I E R E S

BUTS GENERAUX

L'enseignement de la mathématique aux niveaux élémentaire et secondaire doit amener l'élève à COMPRENDRE et à UTILISER certains concepts propres à cette discipline telle qu'elle apparaît dans le paysage scientifique contemporain.

D'une part, l'initiation aux modes de pensée de la mathématique constitue un élément indispensable dans la formation intellectuelle des enfants et des adolescents. En particulier, ceux-ci y trouveront les bases du raisonnement déductif et du raisonnement inductif. De plus, ils comprendront comment les structures mathématiques permettent de réaliser une économie considérable de pensée, aussi bien dans la résolution de problèmes nouveaux que dans la formation et dans l'assimilation des théories mathématiques.

D'autre part, l'initiation au maniement des outils puissants développés jusqu'à ce jour par les mathématiciens s'avère nécessaire, non seulement aux futurs spécialistes de cette discipline ou à ceux des sciences physiques, biologiques, économiques et sociales, mais aussi à tous les futurs citoyens. L'intégration de ceux-ci à notre société ne saurait être réalisée sans un enseignement de la mathématique qui soit de qualité et adapté aux conditions d'une société profondément marquée par les sciences et les techniques.

A. PROGRAMME DE SECONDAIRE I

OBJECTIFS SPECIFIQUES

Le programme moderne de mathématique pour la classe de Secondaire 1 propose

a) d'introduire les notions ensemblistes et d'initier au langage logique,

b) de présenter les concepts modernes de relation et de fonction,

c) d'approfondir l'étude du système des nombres naturels,

d) et d'introduire les premières notions d'une géométrie axiomatique.

CONTENU

1. ENSEMBLES ET LANGAGE LOGIQUE

- Appartenance. Définition en extension et en compréhension
- Inclusion et égalité. Intersection, différence, réunion et les propriétés de ces opérations.
- Partition
- Précision sur l'emploi du vocabulaire de base en logique: "terme", "objet", "égal à", "variables" et "conditions", "et", "ou", "si..., alors...," "si et seulement si", "pour tout...", "il existe...".

2. RELATIONS ET FONCTIONS

- Relations d'un ensemble A vers un ensemble B.

- Réciproque d'une relation.
- Relations dans un ensemble.
- Relation d'ordre.
- Relation d'équivalence et partition.
- Produit cartésien.
- Composition de relations. Associativité.
- Fonctions et applications.

3. NOMBRES NATURELS

- Ensembles équipotents. Cardinaux.
- Nombres naturels.
- Propriétés des opérations.
- Relation d'ordre.
- Calculs.
- Divisibilité.
- Numération.

4. GEOMETRIE

- Axiomes du plan.
- Parallélisme.
- Faisceaux et directions. Projections.

<u>A ce point-ci</u>, <u>on pourra opter pour l'une ou l'autre des présentations suivantes</u>:

<u>Options A</u>:

- Groupe des dilatations.

- Groupe des homothéties de même centre.
- Groupe des translations.
- Groupe des vecteurs.

OPTION B:

- Equipollence.
- Groupe des translations.
- Groupe des vecteurs.
- Ordre linéaire et projection.

NOTES DIDACTIQUES

Remarque:

Dans les notes qui suivent, on indique le temps à consacrer à chacune des sections du programme. Ces indications doivent être suivies aussi rigoureusement que possible. Elles sont proportionnelles aux poids que l'on doit accorder aux différentes sections.

Le temps alloué à certaines parties peut paraître trop court. Toutefois, la matière couverte dans ce programme étant "auto-exerçante", l'étude d'un concept vient consolider la connaissance d'un autre concept vu antérieurement, de sorte que l'on peut épargner du temps en diminuant le nombre des exercices d'assimilation.

ENSEMBLES ET LANGAGE LOGIQUE (8 semaines)

1. Les diagrammes permettront d'établir les propriétés des opérations ensemblistes. L'élève n'aura pas de formules à mémoriser, mais il devra pouvoir retrouver au besoin, à l'aide de

diagrammes, les propriétés importantes qu'il aura déjà établies.

2. Il est essentiel que toute définition, tout symbole et tout énoncé de propriété soient précédés de situations concrètes et d'exemples choisis avec soin.

3. Au sujet du vocabulaire de base en logique, il s'agit d'initier à l'emploi des termes usuels, nécessaires à un langage précis; on pourra les présenter en même temps qu'on introduira les notions ensemblistes correspondantes. Il ne s'agit cependant pas de donner un cours de logique.

RELATIONS ET FONCTIONS . .(11 semaines)

1. Des situations concrètes serviront de point de départ pour l'étude des relations et des fonctions. Ces situations seront, en général, empruntées à l'univers familier aux élèves.

2. Les dessins avec flèches s'avèrent indispensables pour schématiser les concepts de relation et de fonction.

3. Une méthode d'enseignement qui obtient la participation active et l'intérêt des élèves aidera à éviter que ne survienne une certaine confusion en cette section où le vocabulaire est impressionnant.

NOMBRES NATURELS (7 semaines)

1. Il est évident que l'étude des nombres naturels doit se faire en utilisant le langage ensembliste, logique et "relationnel".

2. Les élèves qui suivent ce cours possèdent déjà certaines connaissances sur les nombres naturels. D'autre part, les définitions des opérations et les démonstrations de leurs propriétés feront l'objet d'une étude plus approfondie au deuxième cycle du Secondaire. Il suffira donc à ce niveau-ci de faire observer les liens qui existent entre les opérations sur les ensembles et les opérations sur les nombres naturels, de mettre les propriétés de ces opérations en évidence et de les appliquer dans les calculs. Cette façon de procéder permettra d'accorder tout le temps nécessaire aux parties de cette section (numération, divisibilité,...) avec lesquelles les élèves sont moins familiers.

3. On ne doit pas considérer close l'ère où les élèves devaient savoir calculer et résoudre des équations et des inéquations Cependant les "techniques" doivent s'appuyer sur les propriétés des opérations et des relations d'égalité et d'ordre.

GEOMETRIE (9 semaines)

1. Bien qu'il soit souhaitable que les axiomes choisis soient clairement indiqués, il ne s'agit nullement de chercher à

démontrer rigoureusement tous les théorèmes. On doit tout simplement initier l'élève au raisonnement mathématique en l'invitant graduellement à participer à quelques démonstrations choisies pour leur simplicité. Pour le reste, on s'en remettra aux constructions et à l'intuition (surtout dans les débuts).

2. La présentation de la géométrie fournit une première occasion de sensibiliser l'élève au caractère axiomatique de la mathémathique moderne.

CONDITIONS D'APPLICATION

Remarques:

1. Grâce au plan de recyclage amorcé par le ministère de l'Education en 1966, ce programme pourra vraisemblablement être introduit dans toutes les classes de Secondaire 1 à partir de septembre 1971. Le programme de Secondaire 2 serait alors introduit en 1972, et ainsi de suite.

2. Quelques-unes des conditions énumérées ci-après et applicables en 1968-69 pourront être allégées si certains projets d'assistance aux professeurs des classes en question peuvent être réalisés à temps par le ministère de l'Education.

a) Comme l'an dernier, il semble plus prudent de n'enseigner ce programme qu'à des élèves "forts" durant l'année scolaire

1968-69. Toutefois, on pourra mettre le programme moderne à l'essai dans un nombre limité de classes de rythme moyen ou de rythme lent, à la condition d'en adapter la didactique et le contenu aux élèves de ces classes.

b) Les professeurs de ces classes devront avoir complété les deux premières sessions d'été des cours de recyclage en mathématique offerts par le ministère de l'Education, ou l'équivalent.

c) Les commissions scolaires qui ont mis ce programme à l'essai en 1967-68 pourront juger opportun de ne pas l'enseigner en 1968-69, afin de mieux concentrer leurs efforts sur la suite de ce travail, en Secondaire 2, durant l'année scolaire 1968-69

d) Les commissions scolaires qui introduiront ce programme en septembre 1968 devront faire parvenir au Directeur général de l'Enseignement élémentaire et secondaire les renseignements suivants, avant le 30 septembre 1968:

1. Nombre total des élèves de la première année du Secondaire sur le territoire de la commission scolaire et nombre total des élèves qui suivent le programme moderne de Secondaire 1 en 1968-69.

2. -Nom et adresse de chacun des professeurs qui enseignent ce programme.

   -Ses qualifications (en égard de l'enseignement de ce programme).

   -Nombre de classes "modernes" de Secondaire 1 où il enseigne.

-Nombre de classes "modernes" de Secondaire 2 où il enseigne.

-Rythmes de ces classes (rapide, moyen, lent).

-Nom et adresse de l'école où il enseigne.

En vue de favoriser le travail en équipe, certains de ces renseignements seront colligés dans un document qui sera transmis aux professeurs et aux autorités concernés.

B. PROGRAMME DE SECONDAIRE 2

OBJECTIFS SPECIFIQUES

Le cours moderne de Secondaire 2 est un cours portant sur la géométrie affine plane et sur les nombres réels.

Il vise donc

a) à présenter à l'élève une première approche axiomatique du plan affin,

b) à étudier les invariants sous certaines transformations affines du plan,

c) à construire, au sein de la géométrie affine, les nombres réels.

CONTENU

1er Semestre:

- La numération binaire.
- L'anneau des entiers relatifs.
- Les premiers éléments de géométrie: les axiomes du plan; le parallélisme.
- Les ordres linéaires: axiome; demi-droites, intervalles et segments.
- Transformations du plan: transformation constante; projections parallèles.
- Projections parallèles et ordre: axiomes et conséquences. (On se contentera d'une notion intuitive du demi-plan.)
- Equipollence.

* Translations et vecteurs.

* Symétries centrales*

* Notion générale de groupe.*

2e Semestre:

* Le groupe $(II_0, +)$.

* Le groupe ordonné $(D_0, +,)$.
  (On démontrera quelques-unes des propositions sur l'ordre et on illustrera les autres sur la droite.)

* Graduation de la droite et axiome d'Archimède.

* Sous-graduations de la droite et axiome de continuité.

* Nombres réels.

* Le groupe ordonné $(R, +, \leq)$.

<u>NOTES DIDACTIQUES</u>:

a) Puisqu'il ne s'agit pas, au premier cycle du Secondaire, d'une construction définitive de la géométrie affine, mais d'une préparation à un mode de construction plus abstrait et aussi plus économique qui sera utilisé au second cycle, l'enseignement donné en Secondaire 2 visera surtout à faire comprendre les étapes de la construction des diverses structures à établir, mais non à les faire retenir toutes. On se contentera de faire retenir les démonstrations des théorèmes-clés.

---

* Cette section n'étant pas indispensable pour la suite du programme au deuxième semestre, on ne l'étudiera que s'il reste du temps au premier semestre.

b) On predra grand soin d'assurer une utilisation exacte des axiomes, des définitions et des propositions.

c) Les "bandes filmées" des démonstrations constituent la façon habituelle d'établir les diverses propositions. On s'exercera assez fréquemment à écrire la preuve formelle qu'on aura d'abord illustrée sur une bande filmée. Bien entendu, ces démonstrations, quoique guidées par le maître, doivent la plupart du temps être construites par les élèves.

d) Sur chacun des points du programme, les exercices à faire effectuer doivent être suffisants pour assurer une bonne compréhension et une certaine familiarité. Cependant, ils seront conçus, dans leur nature et leur nombre, en fonction des besoins de la construction ultérieure seulement. En particulier, on fera faire souvent des exercices ayant pour but de faire percevoir certaines propriétés qui seront à démontrer plus loin.

e) Le programme ci-après <u>doit être couvert en Secondaire 2</u>; c'est pourquoi, on s'en tiendra aux sujets mentionnés et on ne se permettra d'enrichir le programme qu'une fois qu'on aura couvert les sujets énumérés.

CONDITIONS D'APPLICATION:

a) Ce programme, mis à l'essai en 1968-69, ne s'adresse qu'aux élèves qui ont suivi le cours de mathématiques moderne de Secondaire 1 en 1967-68.

b) Les autorités locales apporteront un soin particulier aux choix des professeurs pour ce cours. En effet, nous croyons que, à moins d'exception, les professeurs de ces classes devraient avoir complété soit les trois sessions d'été des cours de recyclage en mathématique offerts par le ministère de l'Education, soit l'équivalent. A l'occasion de la prochaine session de ces cours de recyclage, des réunions seront tenues à l'intention de ceux qui doivent prendre charge d'une classe-pilote en Secondaire 2 et il est souhaitable que tous ceux qui sont concernés prennent part à ces réunions.

c) Le travail d'équipe constitue pour les professeurs de ces classe-pilotes un appui dont leur enseignement bénéficiera grandement.